

Решения и критерии олимпиады по математике «Мудрая сова-2022»

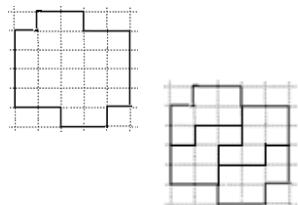
1. Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным буквам – разные цифры): $AAA + BBB + BГ = 2022$.

Ответ: $1111 + 888 + 23 = 2022$.

Решение: Заметим, что буква А=1. При всех других значениях буквы А сумма станет больше ($2222 + BBB + BГ > 2022$ и т.д.). Далее, Б не может быть равен 9, так как тогда сумма так же станет больше ($1111 + 999 + BГ > 2022$). Но Б не может быть равен 7 или меньшим цифрам, так как тогда сумма будет уже меньше ($1111 + 777 + BГ < 2022$, и т.д., даже если третье слагаемое будет самым большим двузначным числом). Значит Б=8. Тогда третье слагаемое определяется однозначно и равно ВГ=23.

Критерии: Правильный пример – 7 баллов.

2. Разрежьте фигуру по линиям сетки на 4 одинаковые части. (Части можно переворачивать).



Ответ: Например:

Критерии: Любой правильный пример – 7 баллов.

3. «Сколько тебе лет?» - спросил Буратино у черепахи Тортилы. «Если взять половину моего возраста, да еще третью от половины и еще 100 лет, вот тогда и получится мой возраст», - ответила ему Тортила. Так сколько же ей лет? Ответ обоснуйте.

Ответ: 300 лет.

Решение: Если взять половину, а потом третью от половины $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}\right)$, то останется $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ от возраста, которая равна 100 годам. Значит, возраст Тортилы равен $100 \cdot 3 = 300$ годам.

Критерии: Верное, но недостаточно обоснованное решение – 5-6 баллов. Найден ответ и проведена проверка – 3 балла. Только ответ – 2 балла.

4. Есть три сундука, в каждой лежат по два разноцветных мяча. В одной – синий и красный, в другой – синий и желтый, а в третьей – желтый и красный. Арлекин нарисовал таблички: «СК», «СЖ» и «ЖК». Но только все таблички прикрепил к коробкам неправильно. Пьеро вынул из коробки «СК» синий мяч, из коробки «СЖ» – красный, а из «ЖК» – синий. Какие мячи в каких коробках лежат? Ответ обоснуйте.

Ответ: в «СК» – синий и желтый, в «СЖ» – желтый и красный, в «ЖК» – синий и красный.

Решение: Так как из сундука «СК» Пьеро достал синий мяч, то в нем не могли находиться синий и красный, поскольку тогда табличка оказалась бы правильной. Значит там были синий и желтый. А так как из «ЖК» он достал синий – это второй сундук с синим мячом, значит там были синий и красный. Но тогда в «СЖ» лежали желтый и красный.

Критерии: Только ответ – 2 балла.

5. Мальвина попросила Буратино разбить числа от 1 до 10 на пять пар таким образом, чтобы разности чисел в парах были равны 1, 2, 3, 4, 5. Сможет ли Буратино выполнить просьбу Мальвины?

Ответ: Сможет.

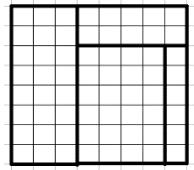
Решение: Например, Буратино мог разбить числа на такие пары: (1;4) (2;6) (3;8) (5;7) (9;10).

Критерии: Любой правильный пример – 7 баллов. Только ответ – 0 баллов.

6. На этот раз Мальвина дала Буратино квадрат 8×8 и попросила разбить его на четыре различных прямоугольника так, чтобы у двух из них была одинаковая площадь, но разный периметр, а у двух других – одинаковый периметр, но разная площадь. Сможет ли Буратино выполнить просьбу Мальвины и в этот раз?

Ответ: Сможет.

Решение: Например, можно разделить на прямоугольники размером 8×3 , 5×2 , 6×4 , 6×1 . У 1-го и 3-го равны площади, но периметры разные, у 2-го и 4-го равны периметры, а площади разные.



Критерии: Любой правильный пример с проверкой – 7 баллов. Пример без проверки – 5 баллов. Только ответ – 0 баллов.

7. У Буратино 6 карманов. Однажды Папа Карло дал ему 20 монет. Сможет ли Буратино разложить эти монеты по карманам так, чтобы во всех карманах было разное количество монет?

Ответ: Сможет.

Решение: Например, он мог положить эти 20 монет по своим 6 карманам таким образом: 0, 1, 2, 3, 4, 10 (один карман – пустой).

Критерии: Любой правильный пример – 7 баллов. Только ответ – 0 баллов.

8. Кот Базилио, Лиса Алиса и Буратино пришли в Страну Дураков на Поле Чудес, чтобы закопать золотые монеты. Сначала Базилио закопал в ряд все свои монеты по одной. Затем между каждыми двумя закопанными монетами Алиса закопала все свои монеты по одной. Затем ровно все то же самое повторил Буратино. Сколько монет было у Базилио в начале, если Буратино закопал 20 монет? Ответ обоснуйте.

Ответ: У Базилио было 11 монет.

Решение: Общее количество промежутков между закопанными монетами всегда на 1 меньше общего числа закопанных монет. Значит, когда Буратино собирался закопать свои 20 монет, там уже было закопано 21 монета. А Алиса закопала на 1 монету меньше, чем Базилио. А в сумме они закопали 21 монету, следовательно, Алиса закопала 10, а Базилио – 11 монет.

Критерии: Верное, но недостаточно обоснованное решение – 5-6 баллов, приведен верный рисунок и ответ – 4 балла, только правильный ответ – 2 балла.

9. Дуремар каждое утро собирает лечебных пиявок в банку. В первое утро он положил туда одну пиявку. Во второе утро – две пиявки. В третье – три, и так далее. Через сколько дней его банка станет полной, если к вечеру пятого дня она была заполнена на третью? Ответ обоснуйте.

Ответ: Через 9 дней.

Решение: Через 5 дней в банке было $1+2+3+4+5=15$ пиявок. Это составляет треть банки. Значит в банку вмещается $15 \cdot 3 = 45$ пиявок. А $45 = 1+2+3+4+5+6+7+8+9$. Значит, через 9 дней банка будет полной.

Критерии: Верное, но недостаточно обоснованное решение – 5 баллов. Только правильный ответ – 2 балла.

10. У Карабаса-Барабаса имеется 5 золотых ключиков и 5 сундуков. Каждый ключик открывает какой-то один сундук. Карабас-Барабас забыл, какой ключик какой сундук открывает. Какое наименьшее количество попыток нужно Карабасу-Барабасу, чтобы точно понять, к какому сундуку подходит каждый ключик? Ответ обоснуйте.

Ответ: 10 попыток.

Решение: Так как мы ищем наименьшее количество попыток, при котором можем понять, к какому сундуку какой ключик подходит, то сундуки можно не открывать. Для первого сундука достаточно 4 попыток, чтобы понять какой ключ его открывает (если из этих 4-х никакой не открыл, значит подходит оставшийся 5-й ключик). Аналогично, для второго сундука достаточно 3 попыток и т.д. Т.е. всего достаточно $4+3+2+1=10$ попыток.

Критерии: Правильное решение, но недостаточно обоснованное – 5 баллов. Если сказано и показано, что попыток должно быть 15 или 14 (с открыванием сундуков) – 3 балла. Только правильный ответ – 2 балла.