

Решения и критерии олимпиады по математике «Мудрая сова-2023»

1. На день рождения Крокодилу Гене подарили торт такой формы, как на рисунке. Как ему разрезать торт на 4 одинаковые части? Резать можно только по линиям сетки.



Ответ:

Критерии: правильный пример – 7 баллов.

2. Поставьте вместо звездочек различные цифры так, чтобы получилось верное равенство (цифры не должны повторяться)

$$*** + *** + *** = 2023.$$

Ответ: Правильных примеров много, например, $968 + 754 + 301 = 2023$.

Критерии: любой правильный пример – 7 баллов.

3. Гена и Чебурашка как-то летом решили поехать из Москвы в Ялту. Цены билетов были следующими: Москва – Воронеж - 1000 руб., Москва – Ростов-на-Дону - 2500 руб., Москва – Ялта - 3800 руб., Воронеж – Ростов-на-Дону - 2000 руб., Воронеж – Ялта - 3000 руб., Ростов-на-Дону – Ялта - 1000 руб. Как им следует поехать, и сколько будет стоить их проезд на двоих, если они хотят сэкономить на стоимости билетов?

Ответ: Им следует поехать по маршруту Москва – Ростов-на-Дону – Ялта. Проезд на двоих будет стоить 7000 рублей.

Решение: Рассмотрим все возможные способы проехать из Москвы до Ялты и найдем в каждом маршруте цену проезда на одного:

- Москва – Ялта. Проезд 3800 рублей.
- Москва – Воронеж – Ялта. Проезд $1000 + 3000 = 4000$ рублей.
- Москва – Воронеж – Ростов-на-Дону – Ялта. Проезд $1000 + 2000 + 1000 = 4000$ рублей.
- Москва – Ростов-на-Дону – Ялта. Проезд $2500 + 1000 = 3500$ рублей.

Видно, что самый экономный вариант – это четвертый. А на двоих проезд будет $3500 * 2 = 7000$ рублей.

Критерии: Рассмотрены все варианты маршрутов, указан верный ответ – 7 баллов; рассмотрены все варианты маршрутов, указан ответ 3500 рублей – 6 баллов; указан верный маршрут и верный ответ – 4 балла; указан верный маршрут, ответ 3500 – 3 балла; указан только верный маршрут или только ответ 7000 – 2 балла; только ответ 3500 – 1 балл.

4. У пионеров Тимура, Павлика, Лёни и Марата были платки. У двоих пионеров были платки синего цвета, а у других – красного. У Тимура и Павлика платки разного цвета, у Павлика и Марата – тоже. У Лёни платок синего цвета. Оказалось, что у троих пионеров были платки треугольной формы и только у Павлика – прямоугольной формы. У кого какого цвета и какой формы платок? Ответ обоснуйте.

Ответ: У Тимура – красный треугольник, у Павлика – синий прямоугольник, у Лёни – синий треугольник, у Марата – красный треугольник.

Решение: Так как у Тимура и Павлика платки разного цвета, а у Павлика и Марата – тоже разного, значит у Тимура и Марата – платки одинакового цвета. Но так как у двоих синие, у двоих красные, то у Павлика и Лёни – платки тоже одинакового цвета. А у Лёни платок синего цвета, значит и у Павлика синего цвета, а у Тимура и Марата – красного цвета. По условию у Павлика платок прямоугольной формы, у остальных троих – треугольной формы.

Критерии: только правильный ответ – 2 балла; недостаточно обоснованное решение – от 3 до 6 баллов; полностью верное решение – 7 баллов.

5. *Чебурашка написал на доске семь последовательных натуральных чисел. Шапокляк нашла сумму этих семи чисел. Оказалось, что сумма чисел равна 2023. Какие числа написал Чебурашка?*

Ответ: числа от 286 до 292.

Решение: Пусть первое число будет x . Тогда остальные шесть чисел будут $x + 1, x + 2, x + 3, x + 4, x + 5, x + 6$. Можно составить уравнение и найти x .

$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 + x + 5 + x + 6 = 2023$. Откуда $x = 286$. И можно определить остальные шесть чисел.

Критерии: только ответ – 3 балла; решение с недостаточным объяснением – 5 баллов; полное решение – 7 баллов.

6. *Крокодил Гена живет на 12 этаже семнадцатизэтажного дома. Из-за неисправности лифт может подниматься только на 4 этажа вверх или спускаться на 2 этажа вниз. Может ли он попасть на этом лифте с первого этажа на свой этаж? Ответ объясните.*

Ответ: Нет, не сможет.

Решение: Так как лифт может подниматься вверх только на 4 этажа, а спускаться вниз только на 2, то Гена всегда будет попадать на этажи одной и той же четности, поскольку $+4$ и -2 не меняют четность числа. Сначала он стоит на первом этаже, а значит, как бы он не старался, он всегда будет попадать на нечётные этажи. А 12 этаж – чётный. Значит он не сможет туда попасть.

Критерии: только ответ – 0 баллов; приведены конкретные частные случаи, при которых не попали на 12 этаж – 0 баллов; без объяснения написали, что всегда попадают только на 11 или 13 этаж – 2 балла; без объяснений сказано, что всегда попадаем только на нечетные этажи, а 12 этаж – чётный – 4 балла; Полностью обоснованное решение – 7 баллов.

7. *Крокодил Гена, узнав, что сегодня последний день лета, начал готовить Чебурашку к школе. Они учили цифры и числа. Гена попросил Чебурашку записать подряд числа от 1 до 1000 в один ряд. Чебурашка записывает одну цифру за одну секунду (например, число 326 Чебурашка записывает за 3 секунды). Какую цифру запишет Чебурашка на 2023 секунде? Ответ объясните.*

Ответ: Цифру 7.

Решение: На написание всех однозначных чисел от 1 до 9 уйдёт 9 секунд. На написание всех двузначных чисел от 10 до 99 уйдёт $90 \cdot 2 = 180$ секунд. Всего на написание

однозначных и двузначных чисел ушло $180+9=189$ секунд. Осталось еще $2023-189=1834$ секунды. На написание одного трехзначного числа уходит 3 секунды. Значит, Чебурашка напишет ещё $1834:3=611$ (ост. 1) трехзначных чисел и первую цифру 612-го трехзначного числа. 611 первых трехзначных чисел это числа от 100 до 710. Значит, на 2023-й секунде Чебурашка напишет цифру 7 от числа 711.

Критерии: только ответ – 2 балла; решение с ошибкой в окончательном ответе (сказали, что последнее число 611, 612 или 712) – 3-4 балла; верное решение, но без всяких объяснений (только вычислительные действия и ответ) – 5 баллов; полностью верное решение – 7 баллов.

8. *За круглым столом сидят чебурашки и крокодилы. Всего их четверо. Чебурашки договорились лгать, а крокодилы всегда говорят правду. Каждый из них сказал: «Напротив меня – чебурашка». Сколько может быть крокодилов среди сидящих за столом? Ответ обоснуйте.*

Ответ: 2 крокодила.

Решение: Напротив любого крокодила должен сидеть чебурашка, иначе крокодил соврал бы, чего не должно быть. Напротив любой чебурашки сидит крокодил, иначе чебурашка сказала бы правду, чего не должно быть. Значит все сидящие разбиваются на пары крокодил-чебурашка. Т.е. их одинаковое количество. Тогда крокодилов у нас $4:2=2$.

Критерии: только ответ – 1 балл; ответ с правильной раскладкой – 2 балла; недостаточно верное или неполное объяснение – 3-5 баллов; полное решение – 7 баллов.

9. *На день рождения Крокодила Гены прилетал волшебник в голубом вертолете и оставил в подарок некоторое количество эскимо. Треть от этого количества Гена оставил себе. Потом он отдал 6 эскимо крыске Лариске, потом половину от остатка отдал Чебурашке. Далее он отдал четверть от оставшегося количества Шапокляк, а остаток отложил девочке Гале. Оказалось, что девочке Гале досталось 123 эскимо. Сколько всего эскимо оставил волшебник Гене в подарок?*

Ответ: 501 эскимо.

Решение: Решим задачу с конца. Гале досталось три четверти от остатка после того, как Гена отдал долю Чебурашке. Значит, до того, как он отдал доли Шапокляк и Гали, у него оставалось $123:3\cdot4=164$ эскимо, а Шапокляк он отдал $164-123=41$ эскимо. 164 эскимо у него стало после того, как он отдал половину Чебурашке, значит до этого у него было $164\cdot2=328$ эскимо. А это стало после того, как он отдал 6 эскимо крыске Лариске, значит до этого у него было $328+6=334$ эскимо. А это две трети от первоначального количества. Значит в самом начале было $334:2\cdot3=501$ эскимо.

Критерии: только ответ – 2 балла; ответ с проверкой – 3 балла; недостаточно объяснений или только вычислительные действия без комментариев – 4-5 баллов; полное решение – 7 баллов.

10. *Гена и Чебурашка взяли с собой в школу по одинаковому количеству апельсинов и условились есть на каждой перемене по 2 или по 3 апельсина из своих. У Чебурашки к концу третьего урока осталось 2 апельсина, а у Гены к началу пятого урока апельсины закончились. По сколько апельсинов взяли с собой в школу наши герои?*

Ответ: по 8 апельсинов.

Решение: Раз у Чебурашки к концу третьего урока осталось 2 апельсина, значит было 2 перемены. За эти две перемены он суммарно мог съесть 4,5 или 6 апельсинов. Значит он мог взять с собой из 6, 7 или же 8 апельсинов. К началу пятого урока у Гены апельсины закончились, значит прошло 4 перемены. За эти четыре перемены он мог съесть от 8 до 12 апельсинов. А так как апельсинов у них было поровну в начале, мы видим, что это могло быть только в случае, если у них было бы по 8 апельсинов.

Критерии: Только ответ – 2 балла; ответ с проверкой – 3 балла; недостаточно полное объяснение – 4-5 баллов; полное решение – 7 баллов.