# Избранные задачи на экспериментальный турнир Якутия 2019

**(8-11 октября, Власов А.И.)**

**8 класс**

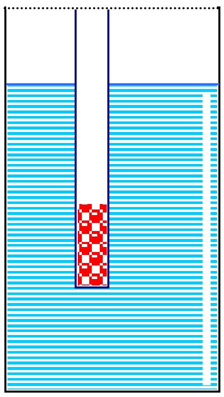
**Задача 1. «Из чего это сделано?»**Определение плотности вещества мелких частиц (бисера).

***Материалы и оборудование:***

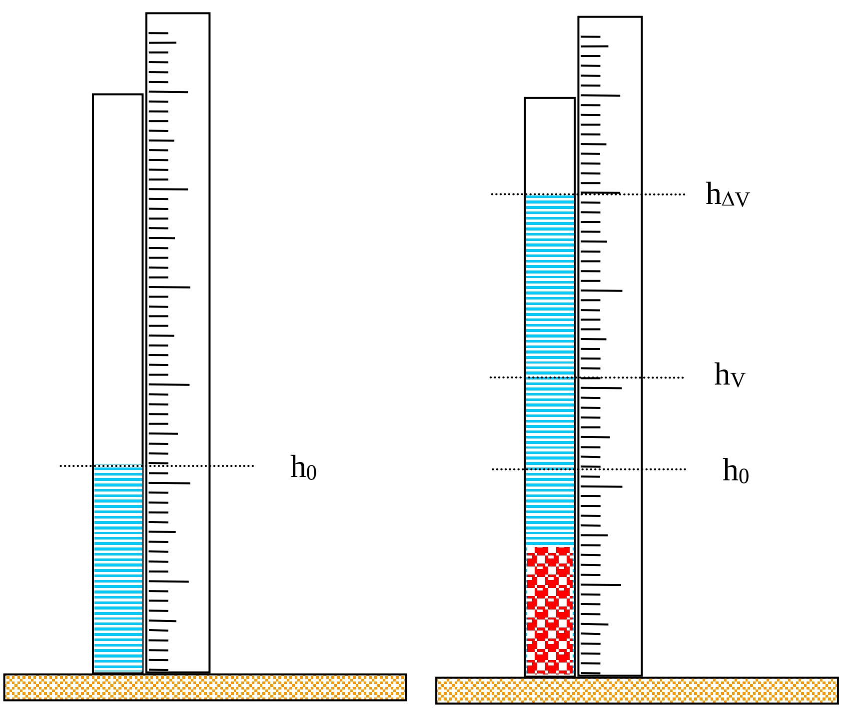
- небольшое количество вещества в виде мелких частиц (песок, бисер)
- маленькая прозрачная пробирка (стеклянная или пластмассовая)
- высокий стакан с водой («одноразовый» пластмассовый стакан, в котором может плавать в вертикальном положении пробирка)
- маленький стакан с дополнительным количеством воды
- шприц с иглой (поршень шприца должен иметь «четкую границу», которая позволяет с точностью 0,1 см$^3$ «дозировать» объем воды)
- линейка (10 – 15 см)

Решение

Определение плотности проводится по известной схеме «гидростатического взвешивания».



1. В сухую пробирку насыпают максимальное количество исследуемого материала (в пределах выданного количества для проведения эксперимента), при котором она устойчиво плавает в вертикальном положении.
2. Изменяя количество воды в стакане, добиваются положения, при котором верхний край пробирки и верхний край стакана совпадают. Для выравнивания уровней можно использовать шприц.
3. Вынимают пробирку из воды и высыпают из нее исследуемый материал.
4. Пустую пробирку опускают в воду и при помощи шприца наливают в нее такое количество воды, при котором она плавает так, как она плавала с исследуемым материалом (совпадают края



пробирки и стакана). По делениям на корпусе шприца отмечают количество влитой воды. Масса этой воды равна массе исследуемого материала.

5. Вынимают пробирку из стакана и при помощи линейки измеряют начальное положение уровня воды–$h_0$.
6. Высыпают исследуемый материал в пробирку с водой. Уровень воды поднимается. Это изменение уровня соответствует объему материала. Отмечают второй уровень – $h_V$.
7. Для определения неизвестного объема материала в пробирку при помощи шприца добавляют известное количество воды - $\Delta V$. Отмечают третий уровень воды - $h_{\Delta V}$. Объем материала вычисляют по формуле
$$V = \Delta V \frac{h_V - h_0}{h_{\Delta V} - h_v}.$$
8. Вычисляют плотность материала по формуле
$$\rho = \frac{m = V_m}{V}.$$

***Пример экспериментальной таблицы.***

| $V_m$, см³<br>m, г | $h_0$, см | $h_V$, см | $\Delta V$, см³ | $h_{\Delta V}$, см | $\Delta h$, см | V, см³ | ρ, г/см³ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3{,}5 \pm 0{,}1$ | $3{,}80 \pm 0{,}05$ | $5{,}10 \pm 0{,}05$ | $4{,}0 \pm 0{,}1$ | $8{,}80 \pm 0{,}05$ | $3{,}7 \pm 0{,}1$ | $1{,}41 \pm 0{,}13$ | $2{,}5 \pm 0{,}4$ |

**Определение погрешности.**

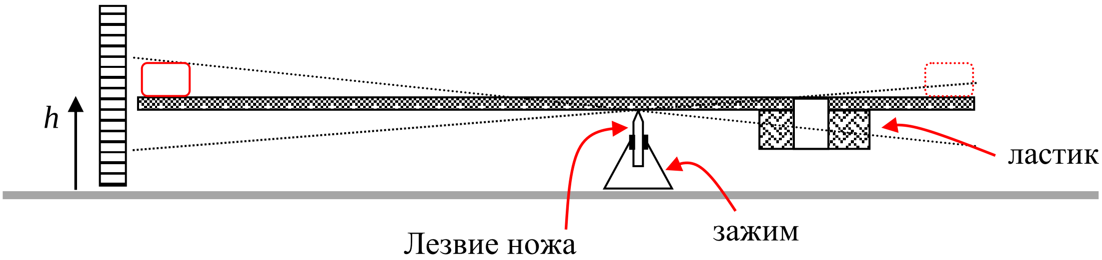
1. погрешность поднятия уровня при добавлении 4 см³ воды
$\Delta(\Delta h) = 0{,}05 + 0{,}05 = 0{,}1 \quad \rightarrow \quad \Delta h = 3{,}7 \pm 0{,}1 \quad см$
2. объем $V = \Delta V \dfrac{h_V - h_0}{h_{\Delta V} - h_v} = 4\dfrac{5{,}1 - 3{,}8}{8{,}8 - 5{,}1} = 1{,}4054 \quad см^3$
3. относительная погрешность объема $\dfrac{\Delta V}{V} = \dfrac{0{,}1}{4} + \dfrac{0{,}1}{3{,}7} + \dfrac{0{,}1}{1{,}3} = 0{,}13$
4. абсолютная погрешность $\Delta V = 0{,}13 \cdot 1{,}4054 = 0{,}18 \quad см^3$
5. результат по объему материала $V = (1{,}41 \pm 0{,}18) \quad см^3$
6. плотность $\rho = \dfrac{3{,}5}{1{,}41} = 2{,}482$
7. относительная погрешность плотности $\dfrac{\Delta\rho}{\rho} = \dfrac{0{,}1}{3{,}5} + \dfrac{0{,}18}{1{,}3} = 0{,}17$
8. абсолютная погрешность $\Delta\rho = 0{,}17 \cdot 2{,}482 = 0{,}4 \quad \dfrac{г}{см^3}$
9. результат по плотности $\rho = (2{,}5 \pm 0{,}4) \quad \dfrac{г}{см^3}$

По справочнику (Лабораторные занятия по физике. Под. ред. Л.Л. Гольдина) плотность стекла (материал бисера – стекло) равна (2,4 - 2,8) г/см³. Эта величина хорошо согласуется с нашим результатом.

**Задача 2.« Тоньше некуда».**Определение толщины алюминиевой фольги.

Оборудование: алюминиевая фольга (пищевая, размер 10×10 см), линейка деревянная 50 см, линейка 10-20 см, ластик (4,5×3×1), скотч бумажный (узкий, ширина 2 см), лезвие канцелярского ножа, зажим канцелярский (большой, длина 5 см), лист офисной бумаги формата А4 с поверхностной плотностью 80 г/м$^2$, ножницы.
Задание: используя данное оборудование и материалы, определите толщину алюминиевой фольги.

Решение.
Изготавливаем микровесы. Схема микровесов представлена на рисунке




Ластик крепим скотчем к краю линейки, получаем неравноплечный рычаг (безмен). Длинное (свободное) плечо рычага служит «стрелкой» и «платформой» для взвешиваемых предметов. Лезвие ножа в зажиме служит опорой рычага весов. Чувствительность таких весов порядка 1мг на 1 мм перемещения «стрелки» (64/54 = 1,2 мг/мм).
Пример экспериментальных данных и результата определения толщины фольги.

| $h_0$, см координата положения пустых весов | $h_б$, см координата положения с бумагой | $h_{Al}$, см координата положения с фольгой | $S_б$, см$^2$ Площадь бумаги | $S_{Al}$, см$^2$ Площадь фольги | d, мкм толщина фольги |
|---|---|---|---|---|---|
| 14,00 ± 0,05<br>12,25 | 19,40 ± 0,05<br>18,70 | 17,40 ± 0,05<br>16,16 | 8,000 ± 0,003 | 16,000 ± 0,003 | 9,2 ± 0,4<br>9,0 ± 0,4 |

Поверхностная плотность бумаги 80 г/м$^2$.
Плотность алюминия 2,7 г/см$^3$.
Расчет толщины фольги

$$d = \frac{\rho_б}{\rho_{Al}} \cdot \frac{S_б}{S_{Al}} \cdot \frac{\Delta h_{Al}}{\Delta h_б} = \frac{80 \cdot 10^{-4}}{2,7} \cdot \frac{8}{16} \cdot \frac{3,4}{5,5} = 9,15825 \cdot 10^{-4}\ \text{см} = 9,15825\ (8,95779)\text{мкм}$$

Погрешность

$$\frac{\Delta d}{d} \approx \frac{0,1}{3,4} + \frac{0,1}{5,5} = 0,0476$$

$$\Delta d = 0,0476 \cdot 9,15825 = 0,43587 \to 0,4$$

Результат

$$d = (9,2 \pm 0,4)(9,0\ \pm 0,4)\text{мкм}$$

Красные значения получены при положении ластика в конце рычага (чувствительность 1 мг/мм).
Данные интернета по толщине фольги
СТАНДАРТ - 9 мкм
УНИВЕРСАЛ – 11 мкм
ОСОБОПРОЧНАЯ – 13 мкм.

**9 класс**

**Задача 1. «Что внутри?».**Исследование физического состояния углекислоты в баллончике.

Оборудование: «заправленный» баллончик с углекислотой, электронные весы, короткое шило для прокалывания пробки в баллончике для выпуска газа, мензурка для измерения объема, шприц с иглой, стакан с водой, табличные экспериментальные данные по зависимости плотности углекислоты от температуры (для двухфазной системы жидкость + насыщенный пар), табличные данные по зависимости давления насыщенных паров углекислоты от температуры.

Задание: используя данное оборудование и справочные данные определите

1) среднюю плотность углекислоты в баллончике
2) коэффициент заполнения баллончика (какая доля внутреннего объема занята жидкой фазой)
3) Давление паров углекислоты в баллончике

Пример решения задачи

Таблицы

Значения критических параметров углекислоты.

| $t_k$, °C | $P_k$, Мпа | $\rho_k$, г/см$^3$ | $t_{пл}$, °C | $t_{кип}$, °C | $\rho^*$, г/см$^3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 31,1 | 73,9 | 0,47 | - 56,6 | - 78,6 | 1,977 |

Плотность и давление в двухфазной области (Ж+нП)[1]:

| t, °C | $\rho_{пар}$, г/см$^3$ | $\rho_{жид}$, г/см$^3$ | P, атм. |
|---|---|---|---|
| 0 | 0,096 | 0,914 | 34,86 |
| 10 | 0,133 | 0,856 | 45,0 |
| 20 | 0,19 | 0,766 | 57,27 |
| 25 | 0,240 | 0,703 | |
| 30 | 0,334 | 0,598 | 72,10 |
| 30,5 | 0,356 | 0,574 | |
| 31 | 0,392 | 0,536 | |
| 31,35 | 0,464 | 0,464 | |

**Экспериментальная таблица.**

| $V_0$, см$^3$ | $m_0$, г | $m_1$, г | $m$, г | $V$, см$^3$ | $\bar{\rho}$, г/см$^3$ | $t$, °C |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $14{,}0 \pm 0{,}5$ | $36 \pm 1$ | $30 \pm 1$ | $6 \pm 1$ | $10{,}2 \pm 0{,}6$ | $0{,}59 \pm 0{,}13$ | 20 |

- Плотность металла $\rho_1$, из которого сделан баллончик, считаем равной 7,8 г/см$^3$ (железо, сталь).
- Вычисляем объем стенок баллончика ($m_1$ – масса пустого баллончика).

$$\mathrm{V}_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{30}{7{,}8} = 3{,}84615$$ – предварительный результат.

Относительная ошибка определения $V_1$:

$$\mathrm{A}_{V1} = \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta \rho_1}{\rho_1} = \frac{1}{30} + \frac{0{,}1}{7{,}8} = 0{,}013 \; .$$

[1] Курсъ физики О. Д. Хвольсона, т. III, изд. 2-е, стр. 577. Данные *Amagat*(1892 г.).

Мы не знаем точную плотность металла баллончика, поэтому эту неопределенность мы оценили величиной 0,1 г/см$^3$. Это в два раза больше погрешности представления величины 7,8 в таблице.

Абсолютная ошибка:

$$\Delta V_1 = A_{V1} \cdot V_1 = 0{,}013 \cdot 3{,}8415 = 0{,}05 \quad г/см^3.$$

Результат определения $V_1$:

$$V_1 = (3{,}85 \pm 0{,}05) \quad см^3.$$

Внутренний объем баллончика:

$\mathbf{V = 14 - 3{,}85 = 10{,}15}$ – это предварительный результат.

С учетом ошибок $V_0$и $V_1$:

$$V = (10{,}2 \pm 0{,}6)\ см^3.$$

Вычисление средней плотности углекислоты:

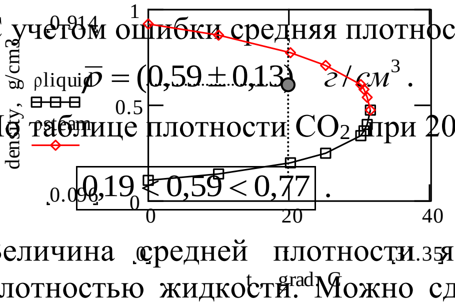
$$\overline{\rho} = \frac{6}{10{,}2} = 0{,}588235294 \text{ – предварительный результат.}$$

Относительная ошибка средней плотности:

$$A_\rho = A_m + A_V = \frac{1}{6} + \frac{0{,}6}{10{,}2} = 0{,}225490196 = 0{,}2.$$

Абсолютная ошибка:

$$\Delta\overline{\rho} = A_\rho \cdot \overline{\rho} = 0{,}2255 \cdot 0{,}5882 = 0{,}1326391 = 0{,}13\ г/см^3.$$




С учетом ошибки средняя плотность углекислоты в баллончике:

$$\overline{\rho} = (0{,}59 \pm 0{,}13) \quad г/см^3.$$

По таблице плотности $CO_2$ при 20°C находим:

$$\boxed{0{,}19 < 0{,}59 < 0{,}77}\ .$$

Величина средней плотности является промежуточной между плотностью пара и плотностью жидкости. Можно сделать вывод, что в баллончике находится двухфазная система (Ж+нП).

Найдем коэффициент заполнения баллончика. Для этого запишем простые соотношения:

$$\begin{cases} m = m_п + m_ж \\ V = V_п + V_ж \\ V_ж = \dfrac{m_ж}{\rho_ж} \\ V_п = \dfrac{m_п}{\rho_п} \\ \overline{\rho} = \dfrac{m}{V} \end{cases}$$

Для этой системы уравнений величины $m$, $V$, $\rho_ж$, $\rho_п$, $\overline{\rho}$ считаем известными. После несложных преобразований получаем:

$$\alpha = \frac{m_п}{m_ж} = \frac{\rho_п}{\rho_ж} \cdot \frac{\rho_ж - \overline{\rho}}{\overline{\rho} - \rho_п}.$$

Вычислим это соотношение, используя экспериментальные данные:

$$\alpha = \frac{0{,}19}{0{,}766} \cdot \frac{0{,}766 - 0{,}59}{0{,}59 - 0{,}190} = 0{,}134\,.$$

Вычислим отношение объемов пара и жидкости:

$$\beta = \frac{V_п}{V_ж} = \frac{m_п}{m_ж} \cdot \frac{\rho_ж}{\rho_п} = 0{,}134 \cdot \frac{0{,}766}{0{,}190} = 0{,}54\,.$$

Таким образом, в баллончике углекислота находится в двухфазном состоянии. Плотность жидкой фазы ≈ 0,8 г/см$^3$, паровой ≈ 0,2 г/см$^3$. Давление в системе ≈ 57 атмосфер. Баллончик заполнен примерно на половину (по соотношению объемов жидкости и пара).

**Задача 2. Формула периода колебаний свободной «slinky».**

Оборудование: пластмассовая пружина «slinky», штатив с крепежным оборудованием, нитки, ножницы, секундомер.

Задание. Период колебаний основной моды ненагруженной (пустой, без груза) пружины определяется формулой

$$T = C \cdot \sqrt{\frac{M}{K}}$$

Где M - масса всей пружины, K - коэффициент упругости всей пружины, C – некоторая константа отличная от 2π (целое число). Используя предложенное оборудование, определите с максимально возможной точностью значение константы C.

Решение.

Теоретическое значение коэффициента равно 4.

Для его определения можно использовать известную приближенная формулу периода колебаний пружинного маятника, которая учитывает массу пружины

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M + m/3}{K}}$$

Эта формула определит период колебаний «слинки», если «зафиксировать» некоторое количество нижних её витков («связать» витки, превратив их в груз пружинного маятника). В соответствии с этим формулу можно записать в виде

$$T = 2\pi N \sqrt{\frac{m}{k}\left(1 - \frac{2n}{3N}\right)\frac{n}{N}}.$$

Здесь m – масса одного витка пружины, k–коэффициент упругости одного витка. Формулу колебаний свободной «слинки» тоже перепишем через единичные параметры

$$T_0 = C \cdot N \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Вычисляем отношение периодов

$$\frac{T_0}{T} = \frac{C \cdot N}{\sqrt{\left(N - \frac{2}{3}n\right)n}}$$

Отсюда

$$C = 2\pi \frac{T_0}{T}\sqrt{\left(1-\frac{2n}{3N}\right)\frac{n}{N}}$$

Пример экспериментальных данных

| N | n | $T_0$ | T | C |
|---|---|---|---|---|
| 45 | 23 | 37,83<br>38,04<br>37,85<br>20 колебаний<br>Среднее 37,91 | 33,90<br>34,11<br>33,67<br>20 колебаний<br>Среднее 33,89 | 4,08 ± 0,04 |

В погрешность не вошла погрешность формулы (массы пружины и груза отличаются только примерно в два раза).

Задача 3. **«Несвободное падение».**

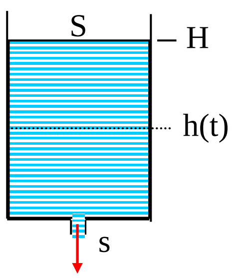
Экспериментальные исследования показывают, что понижение уровня жидкости в «худом» цилиндрическом сосуде достаточно хорошо соответствует уравнению равнопеременного движения (движению с постоянным ускорением)

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t + a\frac{t^2}{2}$$

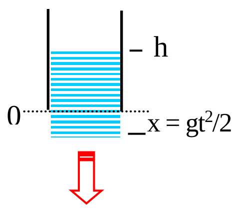
Вы должны доказать справедливость этого утверждения и для конкретной модели определить величины начальной скорости и ускорения понижения уровня жидкости.

**Оборудование**: пластиковая бутылка с небольшим отверстием (диаметр 1,5 – 2 мм) в нижней части своего цилиндра, пластиковая кювета для слива воды, подставка – кубик, лист миллиметровой бумаги (или линейка), прозрачный скотч, ножницы, секундомер с промежуточным финишем.

**1. Теория.**




Экспериментальная задача посвящена исследованию вытекания воды из цилиндрического сосуда. Получить формулу, описывающую зависимость уровня жидкости от времени, можно следующим образом. «Сделаем» площадь сечения отверстия, через которое вытекает жидкость, равной площади сечения сосуда. В этом случае жидкость «выпадает» из сосуда и изменение уровня определяется законом свободного падения:

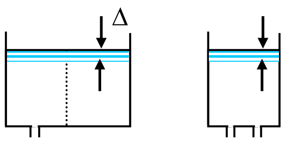



$$h(t) = H - x = H - g\frac{t^2}{2}.$$

Время полного вытекания $T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. (1)

Изменение формулы (времени вытекания) в случае малого отверстия нетрудно угадать. Очевидно, что в формуле должен появиться множитель в виде отношения площадей сосуда и отверстия:

$$T = \frac{S}{s}\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (2)$$




Действительно. Пусть площадь сосуда увеличилась в два раза, тогда время падения уровня на величину $\Delta h$ должно также увеличиться в два раза в соответствии с увеличением объема порции вытекающей жидкости. Если же увеличить в два раза площадь отверстия, то время падения уровня уменьшается в два раза. Имея формулу (2), уже нетрудно получить искомую зависимость *h(t).*

Время вытекания до уровня *h*равно разности времени вытекания полного сосуда и сосуда, наполненного до уровня *h*:

$$t = \frac{S}{s}\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{S}{s}\cdot\sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{S}{s}\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}}\left(1-\sqrt{\frac{h}{H}}\right). \quad (3)$$

Это выражение можно преобразовать к виду

$$h(t) = H\left(1-\frac{t}{T}\right)^2. \quad (4)$$

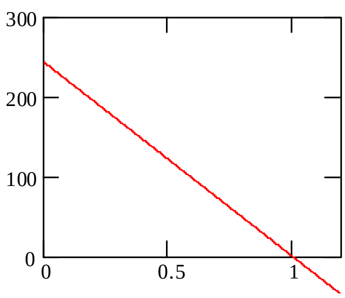
Здесь *T*– время полного вытекания (2).

Полученную зависимость *h(t)*можно привести к «знакомой» форме равнопеременного движения:

$$\mathrm{h(t) = H} - \boxed{\frac{s}{S}\sqrt{2gH}}\cdot t + \boxed{\left(\frac{s}{S}\right)^2}\cdot g\frac{t^2}{2}. \quad (5)$$

Здесь мы имеем дело с «медленным» свободным падением[2]. Степень замедления определяется величиной $\left(\frac{s}{S}\right)^2$.

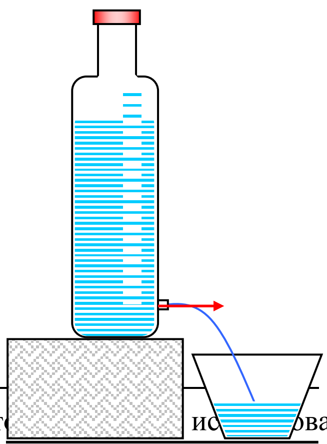
Проверка согласия теории и эксперимента в работе проводится графически.




Экспериментально определить время полного вытекания не удается[3], поэтому по экспериментальным данным удобнее строить график в координатах ($t$, $\sqrt{\frac{h}{H}}$). В соответствии с уравнением (3) график должен быть линейным $t = T - T\cdot\sqrt{\frac{h}{H}}$.

## 2. Экспериментальная установка.

В качестве сосуда в эксперименте можно использовать прозрачную пластиковую бутылку цилиндрической формы. В нижней части боковой поверхности прокалывается, а затем аккуратно рассверливается отверстие диаметром 1,5–2 мм. Для измерения уровня воды на боковую поверхность сосуда наносится шкала (метки через 1–2 см).Для измерения времени потребуется секундомер с «промежуточным» финишем. В таком секундомере есть дополнительная кнопка, нажатие которой дает возможность зафиксировать



[2] Мет[illegible] ис[illegible]овал Галилей в своих исследованиях свободного падения.
[3] При малой высоте уровня поверхностное натяжение «запирает» отверстие.

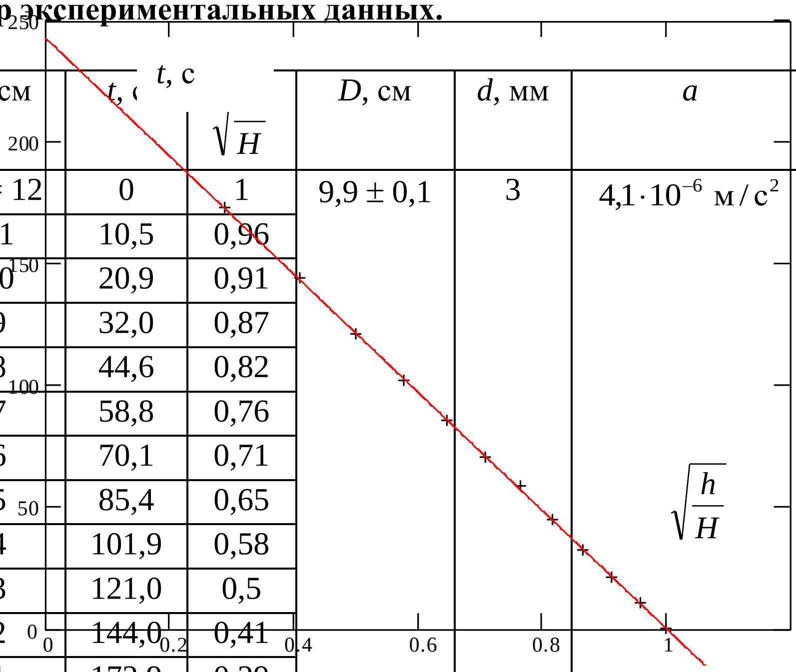
промежуточный результат без остановки секундомера. Повторное нажатие кнопки возвращает секундомер в обычный режим.

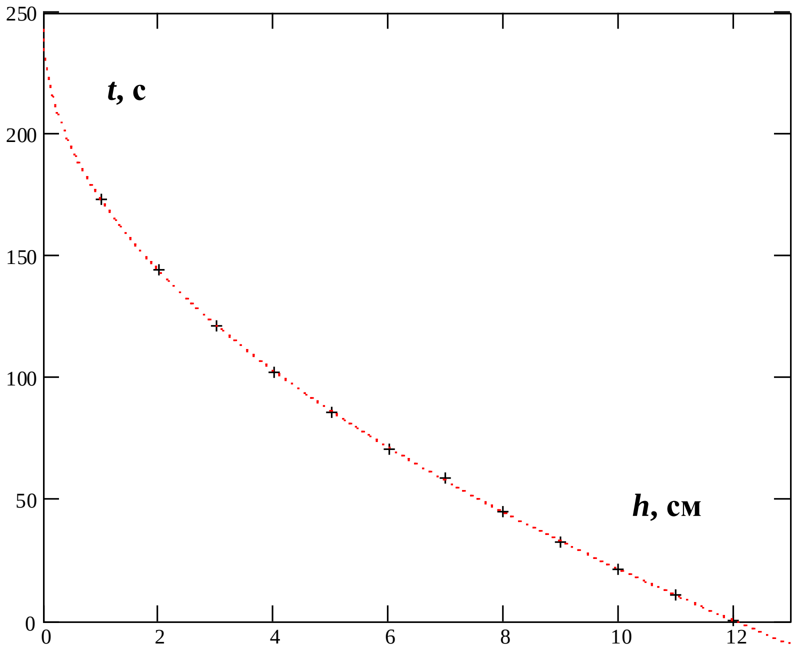
**3. Ход выполнения работы.**

- Закрыть отверстие и налить в сосуд воду с избытком (выше уровня, который будет приниматься за «нулевой»).
- Открыть отверстие.
- Включить секундомер в момент прохождения «нулевого» уровня.
- Нажать на секундомере кнопку «промежуточного» финиша в момент прохождения первого выделенного уровня (первой метки). Секундомер «высвечивает» промежуточный результат (время снижения уровня до данной метки) не останавливаясь. Результат записать в таблицу.
- Вновь нажать кнопку промежуточного финиша, это возвращает секундомер в обычный режим.
- Далее. Измерить время прохождения уровнем последующих меток. Данные занести в таблицу.

## 4. Пример экспериментальных данных.

| $h$, см | $t$, с | $\sqrt{\frac{h}{H}}$ | $D$, см | $d$, мм | $a$ | $V_0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $H$ = 12 | 0 | 1 | $9{,}9 \pm 0{,}1$ | 3 | $4{,}1 \cdot 10^{-6}$ м/с$^2$ | $1 \cdot 10^{-3}$ м/с = 1 мм/с |
| 11 | 10,5 | 0,96 | | | | |
| 10 | 20,9 | 0,91 | | | | |
| 9 | 32,0 | 0,87 | | | | |
| 8 | 44,6 | 0,82 | | | | |
| 7 | 58,8 | 0,76 | | | | |
| 6 | 70,1 | 0,71 | | | | |
| 5 | 85,4 | 0,65 | | | | |
| 4 | 101,9 | 0,58 | | | | |
| 3 | 121,0 | 0,5 | | | | |
| 2 | 144,0 | 0,41 | | | | |
| 1 | 172,9 | 0,29 | | | | |
| 0 | ***T* = 242,6** | 0 | | | | |



Экспериментальные точки на графике в линейных координатах очень хорошо ложатся на прямую линию, проведенную по методу наименьших квадратов. Это является доказательством соответствия теории изучаемому физическому процессу (процессу вытекания жидкости через короткое отверстие). Первый график представлен в «обычных» координатах. Пунктирная линия соответствует теоретической кривой $t = T\left(1 - \sqrt{\frac{h}{H}}\right)$ с параметром *T*, рассчитанным по методу наименьших квадратов (МНК) (*T* = 242,6 с).

Вычислим ускорение снижения уровня:

$$a = \frac{2H}{T^2} = \frac{2 \cdot 0{,}12}{(242{,}6)^2} = 4{,}1 \cdot 10^{-6} \quad м/с^2.$$

Сравнение с ускорением свободного падения:

$$\frac{a}{g} = \frac{4{,}1 \cdot 10^{-6}}{9{,}81} = 4{,}2 \cdot 10^{-7}.$$

Первоначальная (максимальная) скорость снижения уровня:

$$V_0 = \frac{s}{S}\sqrt{2gH} = T \cdot a = \frac{2H}{T} = \frac{2 \cdot 0{,}12}{242{,}6} \approx 1 \cdot 10^{-3} \quad м/с = 1 \quad мм/с.$$