9 класс

Задача №9-E1. Не зная броду, не суйся в воду

Проводим измерения, результаты представлены в таблице 1. В последнем столбце указано значение h, расчет которого проведён по формуле, полученной в пункте 2.

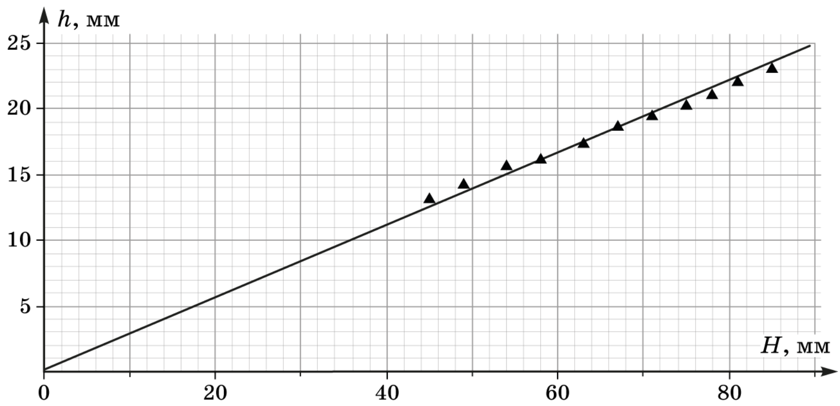
№ п/п	H, мм	a, мм	b, мм	x, мм	h, мм
1	45	37	242	2	13,1
2	49	34	242	2	14,2
3	54	31	242	2	15,6
4	58	30	242	2	16,1
5	63	28	242	2	17,3
6	67	26	242	2	18,6
7	71	25	242	2	19,4
8	75	24	242	2	20,2
9	78	23	242	2	21,0
10	81	22	242	2	22,0
11	85	21	242	2	23,0

Получим расчётную формулу для h. Из подобия треугольников ABC и ADE:

$$\frac{h}{x} = \frac{b}{a}; h = \frac{b \cdot x}{a}.$$

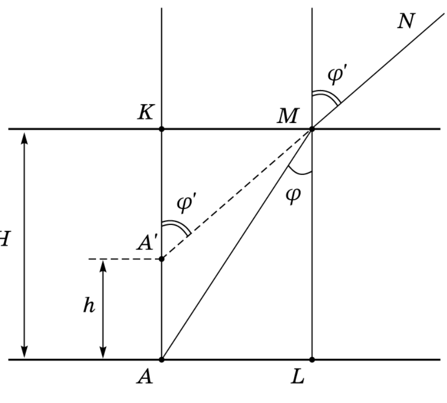
В таблицу 1 добавлен столбец, в котором содержатся результаты расчёта h.

Строим график зависимости $h(H)$:



Так как точки хорошо ложатся на прямую, проходящую через начало координат, делаем вывод о линейной зависимости h от H. Проводим прямую через начало координат и определяем угловой коэффициент:

$$k \approx 0{,}28.$$



Рассмотрим плоскопараллельную пластину (слой воды) толщиной H и показателем преломления n. Построим ход двух лучей, идущих от точки A, расположенной на нижней поверхности пластины (дне водного слоя). Луч AK падает на верхнюю поверхность перпендикулярно, поэтому выходит без преломления. Угол падения луча AM равен φ, он выходит из пластины (слоя) под углом φ' к перпендикуляру LM к верхней поверхности. Лучи AK и MN попадают наблюдателю «в глаз», и он видит изображение точки A в точке A' (то есть точка A как бы приподнимается с точки зрения наблюдателя).

По закону преломления

$$n \cdot \sin\varphi = 1 \cdot \sin\varphi'.$$

Абсолютный показатель преломления воздуха равен 1, показатель преломления воды равен n. Рассмотрим треугольник ALM

$$AL = LM \cdot \operatorname{tg}\varphi = H \cdot \operatorname{tg}\varphi.$$

Запишем соотношение между катетами треугольника $A'KM$

$$KM = KA' \cdot \operatorname{tg}\varphi'.$$

Кроме того, $KM = AL$. Так как угол падения φ и угол преломления φ' малы, то

$$\operatorname{tg}\varphi \approx \sin\varphi \approx \varphi; \operatorname{tg}\varphi' \approx \sin\varphi' \approx \varphi'.$$

Тогда

$$H \cdot \operatorname{tg}\varphi = KA' \cdot \operatorname{tg}\varphi'; H \cdot \sin\varphi = KA' \cdot n \cdot \sin\varphi; H \cdot \varphi = KA' \cdot n \cdot \varphi;$$

Так как

$$KA' = KA - AA' = H - h,$$

то для h получим

$$h = \frac{n-1}{n} \cdot H.$$

Таким образом коэффициент преломления n связан с найденным коэффициентом k соотношением

$$k = \frac{n-1}{n}.$$

Выразим показатель преломления n

$$n = \frac{1}{1-k}$$

. Подставим значения, найдем показатель преломления воды в нашей работе

$$n = \frac{1}{1-0{,}28} = 1{,}39.$$

9 класс

Задача №9-E2. Плотность изоленты

Отрежем от листа бумаги белые края, оставив только миллиметровую сетку. Размеры получившегося листа бумаги $a = (20{,}0 \pm 0{,}1)$ см, $b = (28{,}0 \pm 0{,}1)$ см. Скрутим миллиметровку в максимально плотную трубочку (разлиновкой наружу) вдоль длинной стороны b. Закрепим края очень узкими полосками изоленты, отрезанными от основного рулона. Эту трубочку будем использовать как линейку и как рычаг. Масса трубочки

$$M = ab\sigma = 4{,}48 \pm 0{,}04 \text{ г.}$$

Измерим трубочкой ширину изоленты $l = (19 \pm 1)$ мм, внешний диаметр рулона $D = (72 \pm 1)$ мм, внутренний диаметр рулона (без учета картонной втулки) $d = (44 \pm 1)$ мм. Объем рулона изоленты можно выразить через его длину L, толщину h, ширину l:

$$V = Lhl, \tag{1}$$

а также через внешний D и внутренний d диаметры и толщину l рулона:

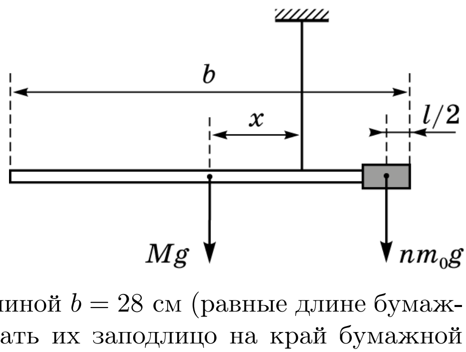
$$V = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} \cdot l. \tag{2}$$

Из (1) и (2)

$$h = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4L} = (127 \pm 9) \text{ мкм.}$$

$h = (127 \pm 9)$ мкм.

Заводское значение толщины изоленты 0,13 мм.



Для выполнения второго и третьего пунктов задания необходимо измерить массу изоленты. В данной задаче это может быть осуществлено только с помощью известной массы листа миллиметровой бумаги. Используем изготовленную ранее бумажную трубочку в качестве рычага. Подвесим ее на нитке и определим положение центра масс, уравновесив трубочку в горизонтальном положении. Далее будем отрезать от изоленты отрезки длиной $b = 28$ см (равные длине бумажного рычага) и последовательно наматывать их заподлицо на край бумажной трубочки (см. рисунок). Обозначим массу одного отрезка m_0. Снимем зависимость смещения x центра масс системы «рычаг + лента» от количества n отрезков изоленты длиной 28 см, намотанных на рычаг. Ниже приведена таблица измерений.

n	x, мм	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{x}$, $\frac{1}{\text{м}}$
1	20 ± 1	1,00	$50{,}0 \pm 2{,}5$
2	36 ± 1	0,50	$27{,}8 \pm 0{,}8$
3	47 ± 1	0,33	$21{,}3 \pm 0{,}5$
4	56 ± 1	0,25	$17{,}9 \pm 0{,}3$
5	63 ± 1	0,20	$15{,}9 \pm 0{,}3$

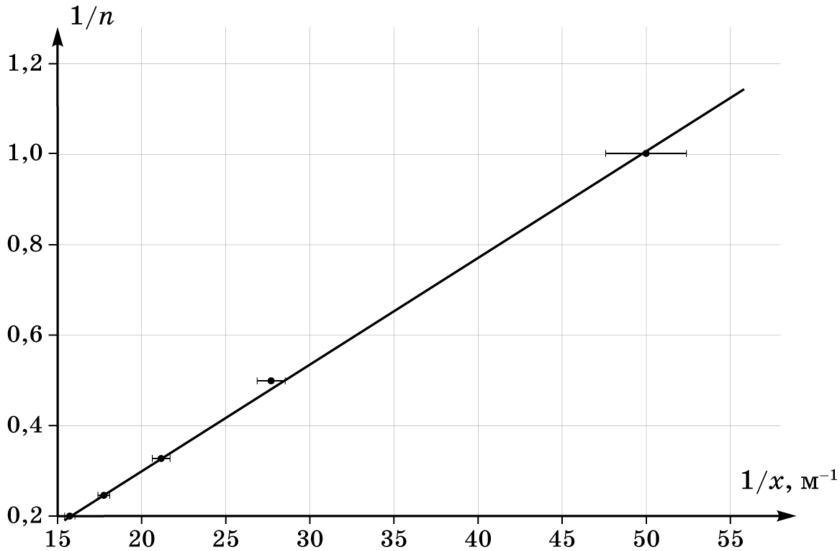
Запишем правило моментов относительно точки подвеса для системы в горизонтальном положении рычага

$$Mgx = nm_0g\left(\frac{b}{2} - \frac{l}{2} - x\right). \tag{3}$$

После преобразований

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{x} \cdot \frac{m_0}{M}\left(\frac{b-l}{2}\right) - \frac{m_0}{M}. \tag{4}$$

Видно, что зависимость $\frac{1}{n}$ от $\frac{1}{x}$ является линейной. Угловой коэффициент k этой зависимости дает возможность определить m_0 – массу отрезка изоленты длиной 28 см. Построим график $\frac{1}{n}$ от $\frac{1}{x}$.



С помощью графика находим

$$k = \frac{m_0}{M}\left(\frac{b-l}{2}\right) = (24{,}4 \pm 1{,}2)\ \text{мм}$$

или $m_0 = (0{,}84 \pm 0{,}06)$ г. Линейная плотность изоленты

$$\lambda = \frac{m_0}{b} = (3{,}0 \pm 0{,}2)\ \frac{\text{г}}{\text{м}}.$$

$\lambda = (3{,}0 \pm 0{,}2)\ \frac{\text{г}}{\text{м}}$.

Объемная плотность изоленты

$$\rho = \frac{\lambda}{hl} = (1{,}24 \pm 0{,}24)\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

$\rho = (1{,}24 \pm 0{,}24)\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Примечание: если в решении участников олимпиады из правила моментов (3) получена зависимость $\frac{1}{n}$ от $\frac{1}{x}$ (выражение (4)), то удобнее и вполне допустимо построение графика именно этой зависимости, т.е. по горизонтали откладывается обратная величина измеряемой величины, а по вертикали – изменяемой. Если же учащийся после преобразований из (3) получил зависимость $\frac{1}{x}$ от $\frac{1}{n}$, то при построении графика удобнее по горизонтали откладывать обратную величину изменяемой величины, т.е. $\frac{1}{n}$. Очевидно, что на результат такая смена осей не влияет.

10 класс

Задача №10-Е1. Универсальный измеритель

Изготовим из трубочки и пластилина устройство («ареометр») для измерения массы. Для этого на один из концов прикрепим шарик из пластилина. Важно добиться герметичного соединения пластилина с трубочкой, чтобы через пластилиновую пробку не подтекала вода. Основным параметром при измерении массы небольших предметов, помещённых внутрь ареометра, является изменении глубины его погружения в воду Δh. Это изменение удобно определить по положению верхнего конца трубочки (торчащего из воды). Для этого можно, например, приклеить полоску миллиметровой бумаги на сосуд с водой.

Рис. 1. Внешний вид «устройства»

Масса предмета m при этом рассчитывается через изменение силы Архимеда

$$m = \rho S \Delta h,$$

где ρ – плотность воды, $S = \dfrac{\pi d_0^2}{4}$ – площадь сечения трубочки, d_0 – её внешний диаметр. Измерим диаметр трубочки, обмотав её несколькими витками нитки. В нашем случае длина 10 витков нитки составила $L = 150 \pm 2$ мм. Соответственно, $d_0 = \dfrac{L}{10\pi} = 4{,}8 \pm 0{,}05$ мм. При этом $S = \dfrac{\pi d_0^2}{4} = 17{,}3 \pm 0{,}4$ мм^2. Относительная погрешность $\varepsilon_S \approx 0{,}02$.

Помещаем пульки в трубочку до тех пор, пока ареометр почти полностью не погрузится в воду. При длине трубочки ≈ 18 см и диаметре $d_0 \approx 4{,}8$ мм достаточно 7 шариков, чтобы трубка почти полностью погрузилась в воду (при массе пластилина примерно 1,5 г). С помощью миллиметровки измеряем расстояние от верхнего конца трубочки до поверхности воды с пульками (при 6 пульках, помещённых в ареометр). Начнём вынимать шарики из ареометра по одной штуке, наблюдая за устойчивостью ареометра. В какой-то момент времени он потеряет устойчивость, начинает опрокидываться. Оставим в нем **минимальное** число пулек, при котором ареометр все ещё устойчиво плавает (при длине трубочки≈ 18 см , диаметре $d_0 \approx 4{,}8$ мм и массе пластилина 1,5 г минимальное число шариков равно 2). Определим расстояние от верхнего конца ареометра до поверхности воды $l_2 \approx 9{,}4$ см . Тогда

$$N \cdot mg = \rho_{\text{в}} g (l_2 - l_1) \pi \frac{d_0^2}{4},$$

где N – количество шариков, которые мы вытащили из ареометра. Отсюда масса одной пульки

$$m = \frac{\rho_в \pi d_0^2}{4N}(l_2 - l_1) \approx 0{,}33 \text{ г.}$$

Оценим погрешность определения массы пульки. Будем считать, что величина $\Delta l = l_2 - l_1$ определяется с погрешностью ± 2 мм, с относительной погрешностью $\varepsilon_{\Delta l} \approx 0{,}03$. Тогда относительная погрешность определения массы пулек составляет $\varepsilon_m \approx \varepsilon_{\Delta l} + \varepsilon_S \approx 0{,}05$. Таким образом, масса одной пульки $m = 0{,}33 \pm 0{,}02$ г. Контрольное измерение массы пульки с помощью электронных весов даёт $m \approx 0{,}34$ г. *Примечание.* В данном методе используется небольшой кусочек пластилина, равновесие пустого ареометра обеспечивается шариками, которые всегда находятся внутри ареометра. Это же равновесие можно обеспечить, используя соответствующее количество пластилина.

Внутрь трубочки помещаем медный провод. Массу пластилина при необходимости «регулируем», подбираем такой, чтобы ареометр почти полностью погружалось вместе с медным проводом. Масса провода слишком большая, и устойчиво плавающий без провода «пустой» ареометр тонет, если опустить в него медный провод.

С помощью миллиметровки измеряем глубину погружения трубочки (высоту конца, который торчит из воды) с проводом $h_м$. Повторяем измерения для алюминиевого проводника (рис. 2а и 2б) , получим глубину погружения h_a. Результаты измерений:

$$h_м = 90 \pm 1.5 \text{ мм}; \quad h_а = 22 \pm 1.5 \text{ мм}; \quad \Delta h = h_м - h_а = 68 \pm 3 \text{ мм},$$

где Δh — разность высот, на которую поднимается ареометр при замене медного на алюминиевый проводник.

Измеряем длину проводов $l = 77 \pm 1$ мм. Разница масс медного и алюминиевого проводов, определённая таким способом составляет

$$\Delta m = m_м - m_а = \rho S(h_м - h_а) = \rho S \Delta h \approx 1{,}2 \text{ г.}$$

При этом относительная погрешность $\varepsilon_{\Delta m} \approx \varepsilon_S + \varepsilon_{\Delta h} \approx 0{,}02 + 0{,}04 = 0{,}06$, абсолютная погрешность $\Delta_{\Delta m} \approx 0{,}07$ г.

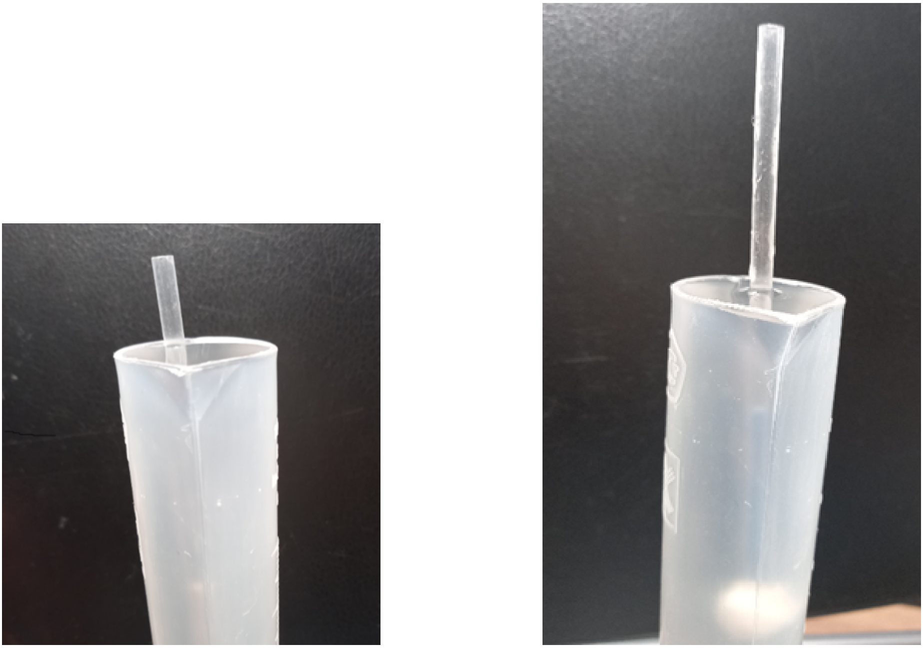
Разница в массах обусловлена разностью плотностей меди и алюминия

$$\Delta m = (\rho_м - \rho_а)\frac{\pi d^2}{4} l.$$

Отсюда $d = \sqrt{\frac{4\Delta m}{\pi(\rho_м - \rho_а)l}} \approx 1{,}8$ мм. Относительная погрешность определения d:

$$\varepsilon_d = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_{\Delta m} + \varepsilon_l\right) \approx 0{,}04$$

Окончательно $d = 1{,}8 \pm 0{,}07$ мм. При заявленном производителем сечении жилы $2{,}5$ мм^2 диаметр ее должен составлять 1,78 мм.



(a) с медной

(b) с алюминиевой

Рис. 2. Ареометры с проволкой

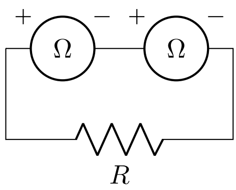
10 класс

Задача №10-Е2. Два мультиметра

Внимание! Приведённые ниже значения получены на авторской установке и могут отличаться от значений, полученных жюри!

Переключим один из приборов в режим вольтметра (режим ”200m”), другой — в режим омметра (режим «2000k») и соединим их друг с другом. В этом случае вольтметр покажет напряжение $U_V = 129{,}8$ мВ, а омметр измерит сопротивление вольтметра $R_V = 996$ кОм.

Способ 1. Одним омметром определить сопротивление R невозможно, так как прибор зашкаливает. Чтобы измерить R соединим последовательно оба мультиметра в режиме омметра (диапазон «2000k») и этот резистор (см. рис.).



Сумма показаний омметров, $R_{\Omega 1}$ и $R_{\Omega 2}$, равна искомому сопротивлению резистора

$$R = R_{\Omega 1} + R_{\Omega 2} = 1507 \text{ кОм} + 1510 \text{ кОм} = 3017 \text{ кОм} \approx 3020 \text{ кОм}.$$

Погрешность определения суммы можно оценить как 6 кОм, то есть 0,2%. Если же показания приборов «скачут» в процессе измерения, то к полученной оценке необходимо добавить сумму амплитуд этих колебаний на обоих приборах. Так, например, при колебаниях показаний каждого прибора в пределах ± 5 кОм, итоговая погрешность данного метода будет равна 16 кОм или 0,53%.

Способ 2. Соединим резистор R и вольтметр параллельно и подключим к ним омметр. Он покажет $R' = 749$ кОм. Отсюда найдём R:

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{R_V} = \frac{1}{R'} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{R_V R'}{R_V - R'} = \frac{996 \cdot 749}{247} \text{ кОм} = 3020 \text{ кОм}.$$

Относительная погрешность такого способа:

$$\varepsilon_R = \varepsilon_{R'} + \varepsilon_{R_V} + \frac{\Delta R_V + \Delta R'}{R_V - R'} = \frac{3}{749} + \frac{3}{996} + \frac{6}{247} \approx 3{,}1\%.$$

Рассмотрим последовательное соединение омметра, вольтметра и резистора R. Омметр находится в режиме «2000k», вольтметр — в режиме «200m». Омметр при этом будет зашкаливать, но вольтметр покажет значение напряжения (по модулю) $U_V' = 51{,}6$ мВ (знак минус может возникнуть из-за полярности подключения).

Используя принципиальную схему омметра, получим, что собранная цепь представляет собой последовательное соединение источника и трёх резисторов: r, R и R_v. Напряжение на R_V будет равно

$$U_V' = \frac{U_0 R_V}{r + R + R_V}.$$

Аналогично, если омметр и вольтметр подключены напрямую (без резистора R) напряжение на вольтметре составит

$$U_V = \frac{U_0 R_V}{r + R_V}.$$

Отсюда найдём, что

$$\frac{1}{U_V'} - \frac{1}{U_V} = \frac{R}{U_0 R_V} \quad \Rightarrow \quad U_0 = \frac{U_V R/R_V}{U_V/U_V' - 1} = \frac{393{,}2\ \text{мВ}}{129{,}8/51{,}6 - 1} \approx 259\ \text{мВ}.$$

Сопротивление r, соответственно, равно

$$r = \frac{U_0 R_V}{U_V} - R_V = \frac{R}{U_V/U_V' - 1} - R_V = \frac{3017\ \text{кОм}}{129{,}8/51{,}6 - 1} - 996\ \text{кОм} \approx 995\ \text{кОм}.$$

Погрешность значения сопротивления R определена выше, в пункте 1. Для оценки погрешностей U_0 и r найдём относительную погрешность значения выражения $k = U_V/U_V' - 1$:

$$\varepsilon_k = \frac{\Delta(U_V/U_V')}{k} = \frac{U_V/U_V' \cdot (\varepsilon_{U_V} + \varepsilon_{U_V'})}{k} = \frac{2{,}516 \cdot (0{,}3/129{,}8 + 0{,}3/51{,}6)}{1{,}516} \approx 1{,}3\%.$$

Соответственно,

$$\varepsilon_{U_0} = \varepsilon_{U_V} + \varepsilon_R + \varepsilon_{R_V} + \varepsilon_k = 0{,}3/129{,}8 + 0{,}53\% + 3/996 + 1{,}3\% = 2{,}4\% \quad \Rightarrow \quad \Delta U_0 \approx 6\ \text{мВ}.$$

$$\Delta r = \frac{R}{U_V/U_V' - 1} \cdot (\varepsilon_R + \varepsilon_k) + \Delta R_V = 57\ \text{кОм}.$$

Примечание: В данных расчётах используется значение $\varepsilon_R = 0{,}53\%$, приведённое в пункте 1 (способ 1). В зависимости от метода определения R, используемого оборудования и метода оценки погрешностей значения могут отличаться от авторских.

11 класс

Задача №11-E1. Надувательство

Подключим к трубке шприц. Погрузим свободный конец трубки в воду. Двигая поршень шприца, наберем в трубку $V_0 = (7{,}0 \pm 0{,}2)$ мл воды. Измерим длину столба воды в трубке $h_0 = (97{,}1 \pm 0{,}2)$ см (трубка при измерениях должна быть расположена горизонтально). Рассчитаем площадь поперечного сечения трубки:

$$S_0 = \frac{V_0}{h_0} = (0{,}072 \pm 0{,}002)\ \text{см}^2.$$

Погрешность измерения оценим, сложив относительные погрешности измерения объема и площади. Заметим при этом, что относительная погрешность измерения длины много меньше относительной погрешности измерения объема.

$$\sigma_{S_0} = S_0\left(\frac{\sigma_{V_0}}{V_0} + \frac{\sigma_{h_0}}{h_0}\right)$$

Заполнять трубку можно и другим способом: набрать в шприц 10 мл воды, подключить к шприцу пустую трубку и, нажимая на поршень шприца, заполнить трубку водой. Такой способ не является ошибочным. Однако опытным путем можно установить, что при таком способе заполнения в столбике воды в трубке чаще образуются пузыри воздуха, особенно в случае загрязненной внутренней поверхности трубки.

Опустошим трубку. Вновь погрузим свободный конец трубки в воду. Двигая поршень шприца, наберем в трубку приблизительно 4 мл воды. Вытащим свободный конец трубки из воды и переместим с помощью шприца столбик воды ближе к шприцу так, чтобы расстояние от края столбика воды до свободного конца трубки было приблизительно равно длине столбика воды. Вставим в открытый конец трубки пробку. Отключим шприц от трубки. Измерим длину столба воздуха $l_0 = (40{,}2 \pm 0{,}1)$ см в трубке, заключенного между местом пережатия трубки и краем столбика воды. Приклеим на поверхность стола мерную ленту, к которой сверху приклеим исследуемую трубку в распрямленном состоянии (см. рис. 2). Подсоединим шприц к оставшемуся открытым концу трубки.

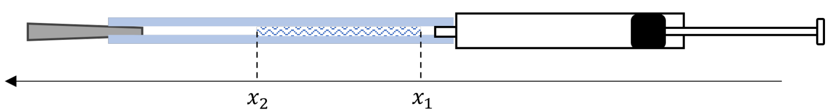


Рис. 2 Установка для измерений.

Обозначим координату ближнего к шприцу края столба жидкости в трубке за x_1, а дальнего — x_2. Будем надавливать на поршень шприца и измерять величины: x_1 и x_2.

x_1, см	x_2, см	Δp,10^5 Па	$\sigma_{\Delta p}$,10^5 Па	$\frac{\Delta S}{S_0}$, 10^{-2}
4,8	60,2	0,000	0,000	0,00
9,2	64,1	0,117	0,003	0,90
13,2	67,6	0,248	0,005	1,81
16,6	70,5	0,381	0,006	2,71
20,8	74,0	0,583	0,008	3,97
24,4	76,8	0,796	0,011	5,42
29,3	80,5	1,173	0,016	7,58

Объем воды в трубке в течение эксперимента не меняется.

$$(x_{20} - x_{10})S_0 = (x_2 - x_1)(S_0 + \Delta S),$$

где x_{10}, x_{20} - координаты столба жидкости при атмосферном давлении.

Тогда через изменения длины столбика воды в трубке легко вычислить относительное изменение ее сечения:

$$\frac{\Delta S}{S_0} = \frac{x_{20} - x_{10}}{x_2 - x_1} - 1$$

Изменение давления в системе можно определить по изменению объема воздуха в трубке, ограниченного столбом воды и местом пережатия трубки. Воспользуемся для этого законом Менделеева-Клапейрона:

$$p_0 l_0 S_0 = p(l_0 - (x_2 - x_{20}))(S_0 + \Delta S).$$

Тогда для избыточного давления внутри шприца имеем:

$$\Delta p = p - p_0 = p_0\Big(\frac{l_0}{l_0 - (x_2 - x_{20})}\frac{S_0}{S_0 + \Delta S} - 1\Big).$$

Подставляя выражение для отношения площадей получаем:

$$\Delta p = p - p_0 = p_0\Big(\frac{l_0}{l_0 - (x_2 - x_{20})}\frac{x_2 - x_1}{x_{20} - x_{10}} - 1\Big).$$

Рассчитаем величины относительного изменения сечения трубки и изменения давления в ней.

Погрешность относительного изменения сечения трубки рассчитаем, просуммировав относительные погрешности начальной и текущей длин столбика воды в трубке.

$$\sigma_{\frac{\Delta S}{S_0}} = \Big(\frac{\Delta S}{S_0} + 1\Big)\Big(\frac{2\sigma_x}{x_{10} - x_{20}} + \frac{2\sigma_x}{x_2 - x_1}\Big)$$

где $\sigma_x = 0{,}5$ мм - половина цены деления шкалы мерной ленты.

С учетом того, что $\frac{\Delta S}{S_0} \ll 1$ и $x_2 - x_1 \approx x_{10} - x_{20}$ можно сказать, что погрешность относительного изменения сечения практически не меняется и может быть вычислена как:

$$\sigma_{\frac{\Delta S}{S_0}} = \frac{4\sigma_x}{x_{10} - x_{20}} = 0{,}4 \cdot 10^{-2}$$

Погрешность изменения давления рассчитаем по следующей формуле:

$$\sigma_{\Delta p} = (p_0 + \Delta p)\Big(\frac{4\sigma_x}{x_{10} - x_{20}} + \frac{\frac{2\sigma_x}{x_2 - x_{20}} + \frac{\sigma_{l_0}}{l_0}}{1 - \frac{x_2 - x_{20}}{l_0}} \frac{x_2 - x_{20}}{l_0}\Big).$$

Построим график зависимости $\frac{\Delta S}{S_0}(\Delta p)$. Видно, что график можно описать прямой пропорциональностью с угловым коэффициентом:

$$\alpha = (6{,}8 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-7}\ \text{Па}^{-1}.$$

Относительная ошибка измерения α составляет $\varepsilon_\alpha \approx 4{,}4\%$.

Можно предположить, что учет изменения сечения трубки для подсчета давления в системе, мало повлияет на расчетную величину α. То есть провести расчет избыточных давлений по формуле:

$$\Delta p = p - p_0 = p_0\Big(\frac{l_0}{l_0 - (x_2 - x_{20})} - 1\Big).$$

Однако величина α, полученная при таком способе расчета, будет отличаться от результата, полученного с учетом изменения площади сечения, на $\approx 15\%$, что существенно превышает рассчитанную относительную ошибку измерения.

Заметим, что измерение давления в системе можно проводить, наблюдая за количеством воздуха в шприце. Для этого необходимо часть шприца заполнить водой, а в части шприца оставить воздух. Далее создавать давление в системе необходимо будет, держа шприц вертикально и надавливая на его поршень. Часть воды из шприца будет поступать в трубку, а воздух в верхней части шприца будет сжиматься под действием давления. Измеряя отношение объема воздуха в шприце под давлением к начальному объему воздуха в нем, можно рассчитать давление в системе. Длина столба воздуха в таких измерениях существенно меньше возможной длины столба воздуха в трубке. Поэтому этот способ измерения давления обладает гораздо меньшей точностью. Также заметим, что стенки шприца достаточно жесткие, однако, если заполнить его водой полностью и попробовать сдвинуть поршень при заткнутом носике, то поршень все же немного сдвинется. Это происходит из-за деформации резиновой прокладки между поршнем и резервуарной частью шприца. Этот эффект меньше цены деления шприца, поэтому им можно пренебречь.

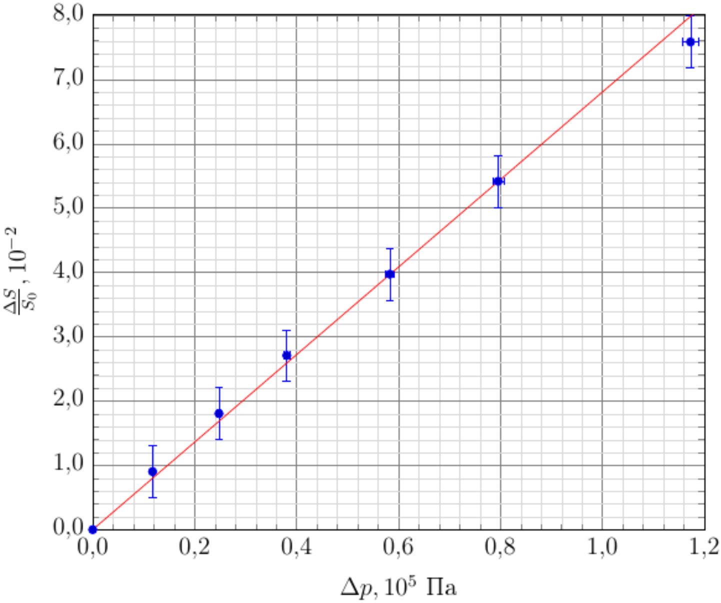


График зависимости относительного изменения площади поперечного сечения трубки от избыточного давления в ней.

11 класс

Задача №11-Е2. Источник и конденсатор

Подключаем последовательно источник, конденсатор и вольтметр, замыкаем цепь и фиксируем время изменения напряжения вольтметра от значения U_1 до U_2. В качестве значения U_1 нельзя выбирать показания прибора в первые две – три секунды после включения, так как из-за инерции цифрового прибора они недостоверны. Аналогичные измерения повторяем несколько раз, каждый раз отключая конденсатор и замыкая его выводы для полного разряда. Для заряда конденсатора

$$\frac{dq}{dt}(2r+R_V) = U_0 - \frac{q}{C},$$

$$q = CU_0\left(1 - e^{-t/\tau_1}\right),$$

где U_0 ,r – ЭДС и внутреннее сопротивление источника, R_V – сопротивление вольтметра, $\tau_1 = C(2r+R_V)$ – характерное время заряда конденсатора. Напряжение на вольтметре при этом

$$U_V = \frac{dq}{dt}(2r+R_V) = \frac{U_0 R_V}{r+R_V} e^{-t/\tau_1}$$

Для отношения напряжений, измеренных вольтметром с разницей по времени Δt

$$\frac{U_1}{U_2} = e^{\Delta t/\tau_1},$$

Отсюда

$$\tau_1 = \frac{\Delta t}{\ln\dfrac{U_1}{U_2}}.$$

Экспериментальные результаты, полученные для разных пар значений U_1 и U_2, и пересчитанные на основании этих результатов значения τ_1 представлены в таблице 1.

Усреднённое по сериям экспериментов характерное время заряда конденсатора составляет $\tau_1 = 18{,}83$ с.

U_1, В	U_2, В	Δt, с	Δt среднее, с	τ_1, с
1,5	0,5	20,62 20,94 21,00 20,66 20,72	20,79	18,92
1,6	0,8	13,03 13,06 13,09 13,28 13,18 13,09	13,12	18,93
1,6	0,4	25,91 25,72 25,94 25,78 25,75	25,82	18,63

Подключаем конденсатор к источнику, держим его подключенным в течение одной-двух минут, затем отключаем. Подключаем к заряженному конденсатору вольтметр и фиксируем время, в течение которого конденсатор разряжается от напряжения U_3 до U_4. Для заряда на конденсаторе в этом процессе

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{(R_V + r)C},$$

$$q = CU_0 e^{-t/\tau_2},$$

где τ_2 – характерное время разряда конденсатора через вольтметр, $\tau_2 = (R_V + r)C$. Для напряжения вольтметра справедливо $U_V = CU_0 e^{-t/\tau_2}$

Для отношения напряжений, измеренных вольтметром с разницей по времени Δt

$$\frac{U_3}{U_4} = e^{\Delta t/\tau_2}$$

Отсюда

$$\tau_2 = \frac{\Delta t}{\ln \dfrac{U_3}{U_4}}.$$

По-прежнему, в качестве значения U_3 нельзя выбирать показания прибора в первые две – три секунды после включения. Экспериментальные результаты, полученные для разных пар значений U_3 и U_4, и пересчитанные на основании этих результатов значения τ_2 представлены в таблице 2.

Усреднённое по сериям экспериментов характерное время заряда конденсатора составило $\tau_2 = 11{,}30$ с.

U_3, В	U_4, В	Δt, с	Δt среднее, с	τ_2 среднее, с
1,5	0,5	12,34 12,38 12,34 12,40 12,43	12,38	11,27
2,0	1,0	7,88 7,82 7,81 7,81 7,94	7,85	11,33
2,0	0,5	15,78 15,59 15,72 15,65 15,63	15,67	11,31

Определим внутреннее сопротивление источника. Используя результаты измерений τ_1 и τ_2, можно определить отношение

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{2r + R_V}{r + R_V} = 1{,}67.$$

Отсюда

$$\frac{r}{R_V} \approx 2{,}0, \quad r \approx 2{,}0 \text{ МОм}.$$

Определим ЭДС источника. Подключаем вольтметр к источнику. Напряжение на вольтметре

$$U_V = U_0 \frac{R_V}{R_V + r}.$$

Экспериментально измеренное значение $U_V = 3{,}24$ В. Отсюда

$$U_0 = U_V \frac{R_V + r}{R_V} \approx 9{,}72 \text{ В}.$$

Значение электрической емкости конденсатора

$$C = \frac{\tau_1}{2r + R_V} \approx 3{,}75 \text{ мкФ}.$$