Шифр

$\sum$

7-Т1. Робот-пылесос

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	Правильно записаны (или верно используются в процессе расчетов) соотношения между разными единицами длины.	1.0		
2	Правильно записаны (или верно используются в процессе расчетов) соотношения между разными единицами времени.	1.0		
3	Определено, что площадь измерялась в см^2.	2.0		
4	Определено, что время измерялось в минутах.	2.0		
5	Записана формула, связывающая величины из условия *В случае отсутствия правильной конечной формулы за данный пункт можно поставить:* *1) наличие формулы пути, пройденного пылесосом, $l = vt$ или аналогичная* **(1 балл)**; *2) наличие формулы площади, которую пылесос захватывает за время t, $s = vtd$ или аналогичная* **(1 балл)**.	3.0		
6	Сделано предположение о порядке величины для ширины пылесоса (несколько десятков см) или о возможной скорости пылесоса (порядка 10 см/с).	2.0		
7	Проведен анализ, на основании которого сделан вывод о том, что скорость измерялась в см/ч).	2.0		
8	Найдена ширина пылесоса.	2.0		

Шифр

$\sum$

7-Т2. Час пик

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Ответ на первый вопрос : N_1 больше.	2.0		
1.2	Обоснование ответа на первый вопрос (формульное или качественное).	2.0		
2.1	Выражено время движения стоящего человека ($t_{\text{стоя}} = \frac{N_0 l_0}{u}$ или аналогичное).	2.0		
2.2	Выражено время движения идущего человека ($t_{\text{ид}=\frac{N_0 l_0}{u+v}}$ или аналогичное).	2.0		
2.3	$N_1 = \frac{v}{u} N_0$ или аналогичное.	2.0		
2.4	$N_2 = \frac{v}{v+u} N_0$ или аналогичное.	2.0		
2.5	Найдено число ступенек $N_0 = \frac{N_1 N_2}{N_1 - N_2}$.	1.0		
2.6	Ответ на второй вопрос $N = \frac{2N_1 N_2}{N_1 - N_2}$.	2.0		

Шифр

$\sum$

7-Т3. Рекорды скорости

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Получено значение максимальной скорости 20 км/ч.	2.0		
1.2	Получено значение минимальной скорости 10 км/ч.	2.0		
2.1	Обоснование того, что время пропорционально площади под графиком.	2.0		
2.2	Показано, что минимальное время 1 км на участке с третьего по четвертый километры.	2.0		
2.3	Получено значение минимального времени на дистанции 1 км, равное 3,5 минутам — Если забыли про смещенное начало оси и получили 1,5 минуты	2.0 *1.0*		
3.1	Показано, что минимальное время на дистанции 5 км будет с первого по шестой километры.	3.0		
3.2	Получено значение минимального времени на дистанции 5 км, равное 21,5 минутам. — Если забыли про смещенное начало оси и получили 11,5 минут	2.0 *1.0*		

Шифр

$\sum$

7-Т4. Консервированные снежки

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Определен объём пачки соли.	1.0		
1.2	Определена насыпная плотность поваренной соли $\rho_{\text{нас}} = 930$ кг/м^3.	2.0		
2.1	Определён объём пустот между снежками (4 литра).	3.0		
2.2	Определена масса соли m_c, насыпанной в кадушку (3,7 кг).	2.0		
3.1	Определён объём воды, налитой в кадушку (2,3 л).	2.0		
3.2	Определён объём $V_{\text{в}}$ соленой воды (8 л).	2.0		
4.1	Определена масса солёной воды M в кадушке (10 кг).	2.0		
5.1	Найдена плотность солёной воды $\rho_{\text{к}}$ в кадушке (1250 кг/м^3)	1.0		

7 класс

Задача №7-Т1. Робот-пылесос

Комнаты в квартирах обычно имеют площадь, не превышающую нескольких десятков квадратных метров. Поэтому, можно предположить, что площадь измерялась в см^2 .

Вряд ли пылесос сможет убрать такую площадь за 30 секунд, это очень маленькое время, а 30 часов, напротив, время очень большое. Вряд ли мы бы стали пользоваться таким медленным пылесосом. Поэтому время измеряется в минутах.

Ширина пылесоса должна иметь значение порядка нескольких десятков сантиметров.

Величины, задействованные в задаче связаны между собой формулой:

$$v = \frac{3S}{d \cdot t},$$

где S – площадь комнаты, d – ширина пылесоса, а t – время уборки.

Попробуем подставить в формулу наши значения для площади и времени, а в качестве ширины возьмём величину, близкую по порядку $(20 - 40$ см$)$, например, 20 см. И определим, в каких единицах измерения скорость будет иметь порядок сотен:

$$v = \frac{3 \cdot 250000\ \text{см}^2}{20\ \text{см} \cdot 30\ \text{мин}} = 1250\ \frac{\text{см}}{\text{мин}} = \frac{1250 \cdot 0{,}01\ \text{м}}{\frac{1}{60}\ \text{ч}} = 750\ \frac{\text{м}}{\text{ч}} = 75000\ \frac{\text{см}}{\text{ч}} = 12500\ \frac{\text{мм}}{\text{мин}}.$$

Таким образом, очень вероятно, что скорость посчитана в см/ч. Проверим это предположение, посчитав ширину пылесоса:

$$d = \frac{3S}{vt} = \frac{3 \cdot 250000\ \text{см}^2}{50000\ \frac{\text{см}}{\text{ч}} \cdot 30\ \text{мин}} = \frac{3 \cdot 25\ \text{м}^2}{500\ \frac{\text{м}}{\text{ч}} \cdot 0{,}5\ \text{ч}} = 0{,}3\ \text{м} = 30\ \text{см}.$$

Полученное значение ширины совпадает с ожиданиями; значит, наши предположения были верны.

Можно было также проверить теорию, что скорость посчитана в мм/мин. Однако в этом случае диаметр получился бы в 6 раз меньше – 5 см, что, очевидно, слишком мало.

Задача №7-Т2. Час пик

Обозначим длину одной ступеньки эскалатора l_0, скорость эскалатора u, собственную скорость идущих людей v, а число ступенек эскалатора N_0. Время движения человека, стоящего на эскалаторе $t_{\text{стоя}} = \frac{N_0 l_0}{u}$. Время движения человека, идущего по эскалатору $t_{\text{ид}} = \frac{N_0 l_0}{u+v}$. В системе отсчёта эскалатора (или стоящего на эскалаторе человека) относительно стоящего человека проходит колонна людей со скоростью v. Длина этой колонны $vt_{\text{стоя}} = \frac{v}{u} N_0 l_0$, а значит людей в этой колонне

$$N_1 = \frac{v}{u} N_0 \tag{1}$$

В системе отсчёта человека, идущего по эскалатору, справа от него во встречном к нему направлении идет колонна людей со скоростью v. Длина этой колонны $vt_{\text{ид}} = \frac{v}{v+u} N_0 l_0$, а значит людей в этой колонне

$$N_2 = \frac{v}{v+u} N_0 \tag{2}$$

Из свойств дробей получаем, что $N_2 < N_1$, то есть N_1 больше. На этот вопрос можно было ответить и из качественных соображений: каждый раз, когда люди слева делают шаг, они встречают нового соседа справа, а люди справа встречают соседа слева. То есть частота встречи нового соседа у левых и правых людей одинакова. Но те, кто находятся на эскалаторе дольше, встречают больше людей.

Из (1) и (2) уравнений следует, что $N_0 = \frac{N_1 N_2}{N_1 - N_2}$. Людей на эскалаторе в два раза больше, чем ступенек

$$N = 2N_0 = \frac{2N_1 N_2}{N_1 - N_2}$$

Задача №7-Т3. Рекорды скорости

Темп бега – величина обратная к скорости $T = \frac{1}{v}$. Поэтому чем меньше темп бега, тем больше скорость.

Минимальный темп бега 3 мин/км, что соответствует скорости 20 км/час. Максимальный темп бега 6 мин/км, что соответствует скорости 10 км/час.

При движении с постоянной скоростью v время движения на участке s можно вычислить как $t = \frac{s}{v} = sT$. Поэтому время движения на каком-то участке пропорционально площади под графиком зависимости темпа бега от расстояния на этом участке. Минимальному времени, за которое спортсмен пробежал один километр, соответствует участок графика, площадь под которым минимальна. При подсчете площади под графиком необходимо учитывать, что на графике, приведенном в условии, смещено начало координат. Из графика видно, что минимальное время одного километра было на участке с третьего по четвертый километры. Так как площадь одной клетки графика пропорциональна одной минуте, минимальное время, затраченное на прохождение одного километра, равно 3,5 мин.

Минимальное время одного километра на участке с третьего по четвертый километры и равно 3,5 минуты.

Минимальное время на участке длиной 5 км с первого по шестой километры и равно 21,5 минуты.

Задача №7-Т4. Консервированные снежки

Между снежками, насыпанными в кадушку, существуют пустоты. Так как $m_2 = 6$ кг плотно утрамбованного снега занимают всю кадушку, то $m_1 = 4$ кг снега такой же плотности в снежках имеют объём, равный $\frac{2V}{3}$, то есть 8 литров. Следовательно, на пустоты между снежками приходится объём $\frac{V}{3} = 4$ литра. Засыплем эти пустоты солью. Так как соль состоит из крупинок, то после засыпания солью пустот между снежками, останутся пустоты между крупинками соли, но объём пустот станет меньше. Для нахождения объёма пустот между крупинками соли нам нужна насыпная плотность соли. Определим её, зная, что килограммовая пачка соли имеет объём

$$V_{\text{пачки}} = 18 \cdot 10 \cdot 6 \text{ см}^3 = 1080 \text{ см}^3.$$

Тогда насыпная плотность соли равна

$$\rho_{\text{нас}} = \frac{1000}{1080} \approx 0{,}93 \ \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 930 \ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Определим массу соли, насыпанной в кадушку

$$m_{\text{с}} = \rho_{\text{нас}} \cdot \frac{V}{3};$$

$$m_{\text{с}} = 930 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 3{,}7 \text{ кг}$$

Определим объём самой соли:

$$V_{\text{с}} = \frac{m_{\text{с}}}{\rho_{\text{с}}};$$

$$V_{\text{с}} = \frac{3{,}7}{2150} = 1{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 1{,}7 \text{ л}.$$

Теперь найдем объёмы пустот между крупинками соли. Объём пустот между снежками был равен 4 литра, соль имеет чистый объём 1,7 литра, поэтому объём пустот между крупинками равен:

$$V_{\text{пустот}} = 4 - 1{,}7 = 2{,}3 \text{ л}.$$

По условию задачи Баба Яга полностью заполняет кадушку водой, поэтому объём воды совпадает с объёмом пустот $V_{\text{пустот}}$. Остаётся определить объём солёной воды и её массу. Объём солёной воды складывается из объёма воды, полученной после таяния снега (растаяло 4 кг снега, получилось 4 кг воды, имеющих объём 4 л), объёма соли 1,7 л и объёма налитой воды 2,3 л. Поэтому получаем:

$$V_{\text{в}} = 4 + 1{,}7 + 2{,}3 = 8 \text{ л}.$$

Масса солёной воды M складывается из 4 кг воды, полученной после таяния снега, массы соли (3,7 кг) и массы налитой воды (2,3 кг)

$$M = 4 + 3{,}7 + 2{,}3 = 10 \text{ кг}.$$

Плотность солёной воды равна:

$$\rho_{\text{к}} = \frac{M}{V_{\text{в}}};$$

$$\rho_{\text{к}} = \frac{10}{8} = 1{,}25\ \frac{\text{г}}{\text{л}} = 1250\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Шифр

$\sum$

8-Т1. Черти

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	**Метод 1.** Построены графики зависимостей координат тел от времени (плот, 2 участка катера, теплоход) в СО реки или в СО Земли.	4 графика по 1.5		
2	**Метод 1.** Вторая встреча катера и плота произошла в момент времени 4τ.	2.0		
3	**Метод 1.** Вторая встреча катера с теплоходом произошла в момент времени 6τ.	1.0		
4	**Метод 1.** $\tau_0 = \frac{8}{3}\tau$.	2.0		
5	**Метод 1.** Проведено сравнение путей от одной до второй встречи теплохода и катера.	2.0		
6	**Метод 1.** $\frac{v_{\text{К}}}{v_{\text{Т}}} = \frac{5}{3}$.	2.0		
7°	**Метод 2.** Написаны уравнения движения тел (плот, катер в двух случаях, теплоход) в СО реки или в СО Земли.	4 уравн по 1.0		
8°	**Метод 2.** Условие встречи теплохода и катера в момент времени τ.	1.0		
9°	**Метод 2.** Условие второй встречи катера с плотом.	1.0		
10°	**Метод 2.** Вторая встреча катера и плота произошла в момент времени 4τ.	2.0		
11°	**Метод 2.** Вторая встреча катера с теплоходом произошла в момент времени 6τ.	1.0		
12°	**Метод 2.** Условие второй встречи катера с теплоходом.	1.0		
13°	**Метод 2.** $$\frac{v_{\text{К}}}{v_{\text{Т}}} = \frac{5}{3}.$$	2.0		
14°	**Метод 2.** Условие встречи теплохода и плота.	1.0		
15°	**Метод 2.** $$\tau_0 = \frac{8}{3}\tau.$$	2.0		

Шифр

$\sum$

8-Т2. Два автомобиля

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Правило моментов после въезда первого автомобиля на мост	2.0		
1.2	Правило моментов после въезда второго автомобиля на мост	2.0		
1.3	Правило моментов после съезда первого автомобиля с моста	2.0		
1.4	Правильно восстановлен график (по одному баллу за каждый из 4 отрезков)	4 отрез по 1.0		
2.1	Найдено значение L	2.0		
3.1	Найдено значение Δt	1.0		
4.1	Найдено значение M	1.0		
5.1	Найдено значение m	1.0		

Шифр

$\sum$

8-T3. Сообщающиеся сосуды

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Записано равенство давлений жидкости в двух сосудах	2.0		
1.2	Получено выражение для плотности второй жидкости $\rho_2 = \rho_1(1 - \frac{H}{2h})$	2.0		
2.1	Для случая $h < H$ записаны уровни жидкостей в первом сосуде	1.0		
2.2	Для случая $h < H$ получено $m = \rho_1 \frac{H}{2} S$	2.0		
2.3	Для случая $\frac{5H}{4} > h > H$ есть понимание, что вторая жидкость перетекает через трубочку и всплывает в правом сосуде (качественное понимание, описание словами)	2.0		
2.4	Найдено, что столб жидкости с ρ_1 в правом сосуде теперь имеет высоту $(\frac{9H}{4} - h)$, а высота столба жидкости с плотностью ρ_2 равна $(h - H)$	2 соотн по 1.5		
2.5	Для случая $\frac{5H}{4} > h > H$ получено $m = \rho_1 \frac{H(2H-h)}{2h} S$	3.0		

Шифр

$\sum$

8-Т4. Нагреватель

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Использована формула для суммарного количества теплоты, переданного нагревателем $Q_1 = Pt$	1.0		
1.2	Использована формула для суммарного количества теплоты, полученного водой $Q_2 = cm(t_г – t_н)$	1.0		
1.3	Составлено уравнение теплового баланса $Q_1 = Q_2$. Если сразу записан правильный эквивалент формулы $P\tau = cm(t_г – t_н)$, то за пункты 1, 2, 3 ставится полный балл	2.0		
1.4	Использована формула $m = \rho V$	1.0		
1.5	Записана или используется в процессе решения формула, связывающая объем нагревателя V и μ ($V = \mu t$)	1.0		
1.6	Получена формула, связывающая мощность нагревателя и объемный расход или эквивалентная	1.0		
1.7	На графике выбраны две хорошие точки и составлена система уравнений	1.0		
1.8	Объемный расход переведен в $\frac{л}{с}$ или $\frac{м^3}{с}$	0.5		
1.9	Правильно найдена мощность нагревателя P	2.0		
2.1	Правильно найдена температура холодной воды $t_н$	2.0		
3.1	Составлено выражение для μ_1	0.5		
3.2	Правильно найден объемный расход μ_1	2.0		

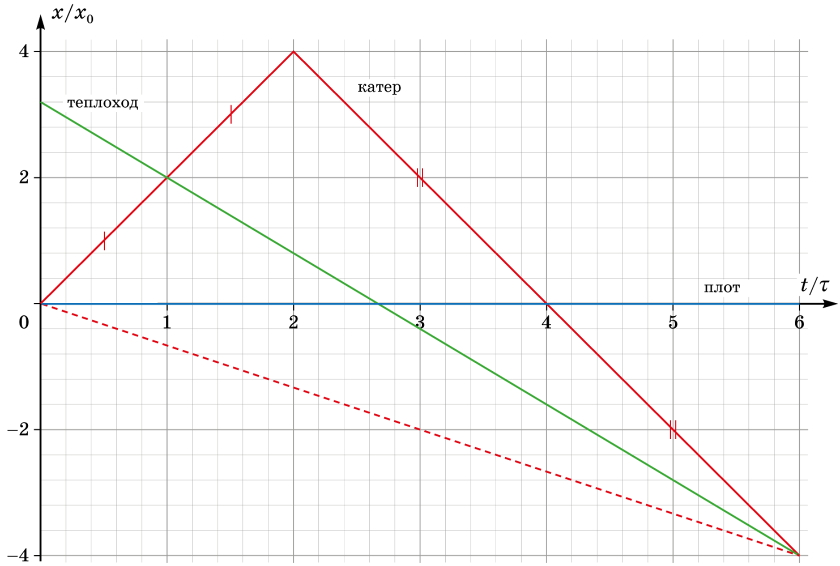
8 класс

Задача №8-Т1. Черти

Обозначим скорость реки - u, а скорости катера и теплохода в СО реки - $v_к$ и $v_т$ соответственно.

Графические методы решения

1 метод (графический в СО реки):



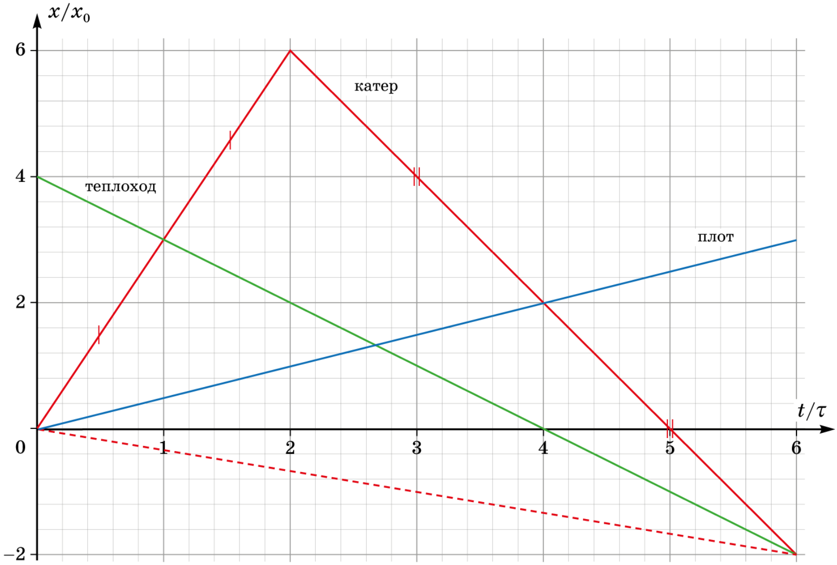
Построим графики зависимостей координат тел в подвижной системе отсчета, связанной с рекой, от времени. Катер и до, и после разворота плыл со скоростью $v_к$. Так что вторая встреча катера и плота произошла в момент времени 4τ, а вторая встреча катера с теплоходом – в момент времени 6τ. Точка на графике, соответствующая встрече теплохода и плота, является точкой пересечения медиан в красном треугольнике (см. рисунок). Так как медианы треугольника точкой своей пересечения делятся в отношении 2:1, то

$$\tau_0 = \frac{2}{3} \cdot 4\tau = \frac{8}{3}\tau.$$

За время от первой до второй встречи теплохода и катера, катер прошел $10x_0$ (x_0 - условная единица) , а теплоход - $6x_0$. Следовательно,

$$\frac{v_к}{v_т} = \frac{5}{3}.$$

2 метод (графический в СО Земли):



Построим графики зависимостей координат тел в системе отсчета Земли. Относительно плота катер и до, и после разворота плыл со скоростью $v_к$. Так что вторая встреча катера и плота произошла в момент времени 4τ, а вторая встреча катера с теплоходом – в момент времени 6τ. Точка на графике, соответствующая встрече теплохода и плота, является точкой пересечения медиан в красном треугольнике (см. рисунок). Так как медианы треугольника точкой своей пересечения делятся в отношении 2:1, то

$$\tau_0 = \frac{2}{3}\cdot 4\tau = \frac{8}{3}\tau.$$

За время от первой до второй встречи теплохода и катера, перемещение катера составило $(v_к - u)4\tau - (v_к + u)\tau$, а перемещение теплохода – $(v_т - u)5\tau$. Приравнивая соответствующие перемещения, получим

$$\frac{v_к}{v_т} = \frac{5}{3}$$

Аналитические методы решения

3 метод (аналитический в СО Земли):

Запишем уравнения движения тел в СО Земли:

$$\begin{cases} x_{\text{п}} = ut \\ x_{\text{к}} = (v_{\text{к}} + u)t, \text{при } t \in [0{,}2\tau] \\ x_{\text{к}} = (v_{\text{к}} + u)2\tau - (v_{\text{к}} - u)(t - 2\tau), \text{при } t > 2\tau \\ x_{\text{т}} = x_0 - (v_{\text{т}} - u)t \end{cases}$$

Условие встречи теплохода и катера в момент времени τ:

$$x_0 - (v_{\text{т}} - u)\tau = (v_{\text{к}} + u)\tau,$$

откуда $x_0 = (v_{\text{к}} + v_{\text{т}})\tau$.

Условие второй встречи катера с плотом (в момент времени t_1:

$$(v_{\text{к}} + u)2\tau - (v_{\text{к}} - u)(t_1 - 2\tau) = ut_1,$$

откуда $t_1 = 4\tau$

Следовательно, вторая встреча катера с теплоходом произошла в момент времени 6τ. Условие этой встречи:

$$(v_{\text{к}} + u)2\tau - (v_{\text{к}} - u)(6\tau - 2\tau) = x_0 - (v_{\text{т}} - u)6\tau,$$

откуда

$$\frac{v_{\text{к}}}{v_{\text{т}}} = \frac{5}{3}$$

Условие встречи теплохода и плота:

$$u\tau_0 = x_0 - (v_{\text{т}} - u)\tau_0,$$

откуда

$$\tau_0 = \tau\frac{v_{\text{к}} + v_{\text{т}}}{v_{\text{т}}} = \frac{8}{3}\tau.$$

4 метод (аналитический в СО реки):

Запишем уравнения движения тел в СО реки:

$$\begin{cases} x_{\text{п}} = 0 \\ x_{\text{к}} = v_{\text{к}}t, \text{при } t \in [0{,}2\tau] \\ x_{\text{к}} = v_{\text{к}}2\tau - v_{\text{к}}(t - 2\tau), \text{при } t > 2\tau \\ x_{\text{т}} = x_0 - v_{\text{т}}t \end{cases}$$

Условие встречи теплохода и катера в момент времени τ:

$$x_0 - v_{\text{т}}\tau = v_{\text{к}}\tau,$$

откуда $x_0 = (v_{\text{к}} + v_{\text{т}})\tau$.

Условие второй встречи катера с плотом (в момент времени t_1:

$$v_{\text{к}}2\tau - v_{\text{к}}(t_1 - 2\tau) = 0,$$

откуда $t_1 = 4\tau$

Следовательно, вторая встреча катера с теплоходом произошла в момент времени 6τ. Условие этой встречи:

$$v_{\text{к}}2\tau - v_{\text{к}}(6\tau - 2\tau) = x_0 - v_{\text{т}}6\tau,$$

откуда

$$\frac{v_{\text{к}}}{v_{\text{т}}} = \frac{5}{3}$$

Условие встречи теплохода и плота:

$$0 = x_0 - v_{\text{т}}\tau_0,$$

откуда

$$\tau_0 = \tau\frac{v_{\text{к}} + v_{\text{т}}}{v_{\text{т}}} = \frac{8}{3}\tau$$

Задача №8-Т2. Два автомобиля

Правило моментов относительно точки B после въезда первого автомобиля на мост:

$$NL = Mg\frac{L}{2} + mg(L - vt)$$

Следовательно

$$N = \frac{1}{2}Mg + mg - mg\frac{vt}{L} \tag{1}$$

Правило моментов относительно точки B после въезда второго автомобиля на мост:

$$NL = Mg\frac{L}{2} + mg(L - vt) + mgv(t - \Delta t)$$

Откуда

$$N = \frac{1}{2}Mg + mg - mg\frac{v\Delta t}{L} \tag{2}$$

Правило моментов относительно точки B после съезда первого автомобиля с моста:

$$NL = Mg\frac{L}{2} + mgv(t - \Delta t)$$

То есть

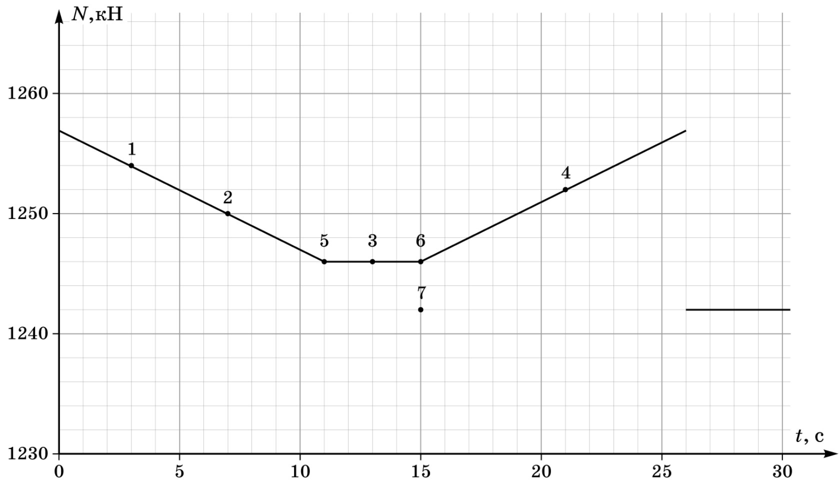
$$N = \frac{1}{2}Mg - mg\frac{v\Delta t}{L} + mg\frac{vt}{L} \tag{3}$$

После того, как второй автомобиль съедет с моста

$$N = \frac{1}{2}Mg \tag{4}$$

С учетом полученных выражений график зависимости $N(t)$ состоит из 4 линейных участков: первый — убывающий, с угловым коэффициентом $-\frac{mgv}{L}$; второй — горизонтальный (N в (2) не зависит от времени); третий — возрастающий, с угловым коэффициентом $\frac{mgv}{L}$; и четвертый — горизонтальный ($N = \frac{1}{2}Mg$). Заметим, что угловые коэффициенты на первом и третьем отрезке одинаковы по величине, но противоположны по знаку. То есть эти отрезки симметричны.

Анализируя точки на исходном графике, не сложно прийти к выводу, что точки 1 и 2 относятся к первому отрезку, точка 3 – ко второму, а 4 – к третьему. При стабильной связи график выглядел бы так:



Каждый из автомобилей проводит на мосту 15 секунд (точка 6 – момент съезда первого автомобиля). А значит длина моста $L = vt_6 = 75$ м.

Время между въездами машин на мост – $\Delta t = 11$ с (начало горизонтального отрезка).

Точка 7, в которую первая прямая пришла бы к 15-й секунде, дает возможность определить массу моста $M = 248{,}4$ т.

Разность начального значения силы реакции опоры с N_7 дает возможность определить массу автомобиля $m = 1{,}5$ т.

Задача №8-Т3. Сообщающиеся сосуды

Плотность ρ_2 находим из условия равенства давлений жидкости у дна в левом и правом сосудах:

$$\rho_2 gh + \rho_1 g(\frac{3}{2}H - h) = \rho_1 gH$$

$\rho_2 = \rho_1(1 - \frac{H}{2h})$

Уровни жидкости в двух половинках сосуда сравняются и станут равны $\frac{5H}{4}$, т.е. в левом сосуде уровень опустится на $\frac{H}{4}$, а в правом поднимется на $\frac{H}{4}$. Следует, также, иметь в виду, что согласно условию h всегда больше $\frac{H}{2}$ ($h > \frac{H}{2}$).

В зависимости от величины h в задаче возможны 2 случая.

1. $h < H$, нижняя граница второй жидкости не опустится до уровня трубочки. В этом случае масса поршня находится из условия равенства давлений у дна сосуда:

$$\frac{mg}{S} + \rho_2 gh + \rho_1 g(\frac{5H}{4} - h) = \rho_1 g\frac{5H}{4}$$

Откуда

$$m = (\rho_1 \ - \rho_2)hS \ = \rho_1 \frac{H}{2}S$$

2. В случае $\frac{5H}{4} > h > H$ нижний уровень жидкости с плотностью ρ_2 в процессе опускания поршня дойдет до трубочки, жидкость начнет перетекать в правый сосуд и будет в нем всплывать вверх, так как $\rho_2 < \rho_1$. Теперь, если считать от дна, жидкость с плотностью ρ_1 в левом сосуде доходит до уровня $\frac{H}{4}$, а столб жидкости с плотностью ρ_2 имеет высоту H. Из условия сохранения объемов следует, что столб жидкости с ρ_1 в правом сосуде теперь имеет высоту $(\frac{9H}{4} - h)$, а высота столба жидкости с плотностью ρ_2 равна $(h - H)$.

Отсюда получаем

$$\frac{mg}{S} + \rho_2 gH + \rho_1 g\frac{H}{4} = \rho_1 g(\frac{9H}{4} - h) + \rho_2 g(h - H)$$

или

$$m = \rho_1(2H - h)S + \rho_2(h - 2H)S = \rho_1 \frac{H(2H - h)}{2h}S$$

Задача №8-Т4. Нагреватель

Пусть P – мощность водонагревателя, τ – время, в течение которого вода находится в нагревателе, тогда количество теплоты, переданное нагревателем за это время воде, равно

$$Q_1 = P\tau$$

Суммарное количество теплоты, полученное водой за время нахождения в нагревателе:

$$Q_2 = cm(t_{\text{г}} – t_{\text{н}})$$

Запишем уравнение теплового баланса:

$$P\tau = cm(t_{\text{г}} – t_{\text{н}})$$

Так как масса воды равна $m = \rho V = \rho\mu\tau$, где V – объём нагревателя, то

$$P\tau = c\rho V(t_{\text{г}} – t_{\text{н}})$$

$$P = c\rho\mu(t_{\text{г}} – t_{\text{н}})$$

На графике можем выбрать точки с координатами, которые «хорошо» определяются $t_{\text{г}1} = 45\ ^\circ\text{C}, \mu_1 = 2\ \frac{\text{л}}{\text{мин}} = \frac{2}{60}\frac{\text{л}}{\text{с}}$ и $t_{\text{г}2} = 20\ ^\circ\text{C}, \mu_2 = 7\ \frac{\text{л}}{\text{мин}} = \frac{7}{60}\frac{\text{л}}{\text{с}}$ Тогда

$$\begin{cases} P = c\rho\mu_1(t_{\text{г}1} – t_{\text{н}}) \\ P = c\rho\mu_2(t_{\text{г}2} – t_{\text{н}}) \end{cases}$$

Из системы получим

$$t_{\text{н}} = \frac{\mu_2 t_{\text{г}2} - \mu_1 t_{\text{г}1}}{\mu_2 - \mu_1} = 10\ \ ^\circ\text{C}$$

$$P = 4200 \cdot 1000 \cdot \frac{0{,}002}{60} \cdot (45 - 10) = 4{,}9\ \text{кВт}$$

Объемный расход, при котором температура нагретой воды будет равна $100\ ^\circ\text{C}$, равен

$$\mu_1 = \frac{4900}{4200 \cdot 1000 \cdot 90} = 1{,}3 \cdot 10^{-5}\frac{\text{м}^3}{\text{с}} = 0{,}78\frac{\text{л}}{\text{мин}}$$

.