7 класс

Задача №7-Е1. «Взвешивание» коэффициента

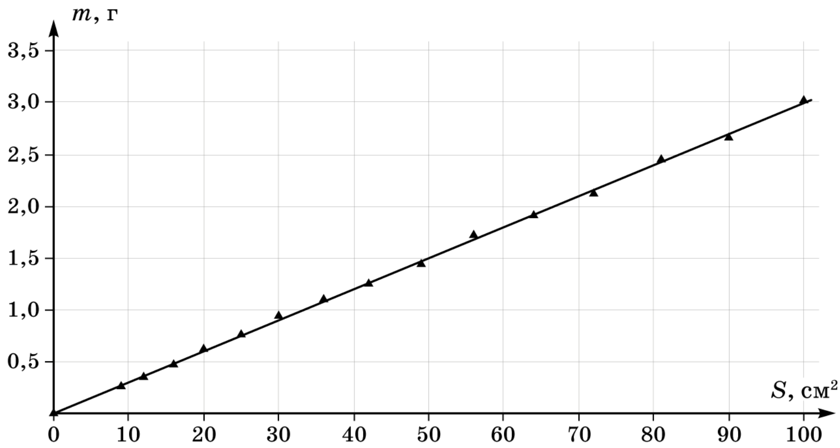
Из листа картона вырезаем несколько квадратов (прямоугольников) с известными сторонами, вычисляем их площади, взвешиваем на весах и определяем массы.

Возможный вариант реализации: нарисуем квадрат со стороной 10 см, определяем массу, вдоль одной стороны отрезаем полоску шириной 1 см, получаем прямоугольник 10 см$*$9 см, взвешиваем, вдоль другой стороны отрезаем полоску шириной 1 см, получаем квадрат со стороной 9 см, взвешиваем, и т.д.

a,см	b,см	$S = ab$,см^2	m,г
10	10	100	3,02
10	9	90	2,66
9	9	81	2,45
9	8	72	2,12
8	8	64	1,91
8	7	56	1,72
7	7	49	1,44
7	6	42	1,25
6	6	36	1,10
6	5	30	0,94
5	5	25	0,76
5	4	20	0,62
4	4	16	0,47
4	3	12	0,35
3	3	9	0,26

Масса фигур связана с их площадью следующим соотношением: $m = \rho_S S$. Тогда с помощью углового коэффициента наклона графика найдем поверхностную плотность картона:

$$\rho_S = \frac{\Delta m}{\Delta S} = \frac{3{,}0 - 0{,}3}{100 - 9} = 0{,}03\ \frac{\text{г}}{\text{см}^2} = 0{,}30\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$$



Для того, чтобы определить объёмную плотность картона, нужно определить толщину листа h. Сделать это можно методом рядов. Из остатков картона нарежем куски, сложим их друг на друга, хорошо прижмём к столу для устранения воздушных зазоров и определим высоту получившегося столбика. Толщина листа оказывается равной

$$h = 0{,}35 \text{ мм}$$

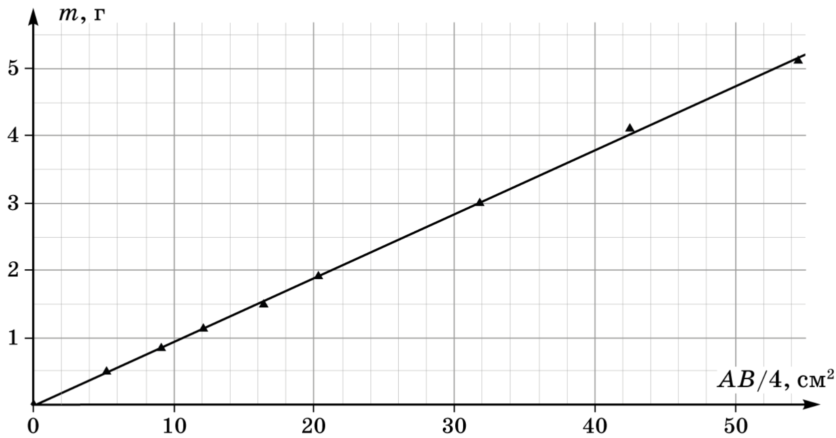
.

Объемная плотность ρ_V равна

$$\rho_V = \frac{\rho_S}{h} = \frac{0{,}03}{0{,}035} = 0{,}86\frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 860\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

На листе картона, используя метод, описанный в условии, рисуем несколько эллипсов. Измеряем большую и малую оси эллипса, производим измерения массы. Представляется разумным все эллипсы рисовать один внутри другого, используя проведённые перпендикулярные линии для измерения длин осей. Сначала вырезается самый большой эллипс, измеряем A, B и m, затем вырезаем эллипс поменьше и т.д.

A,см	B,см	$\frac{AB}{4}$,см^2	m,г
15,8	13,8	54,5	5,12
14,3	11,9	42,5	4,11
12,7	10,0	31,8	3,00
10,8	7,5	20,3	1,91
10,4	6,3	16,4	1,49
8,8	5,5	12,1	1,13
7,4	4,9	9,1	0,84
6,1	3,4	5,2	0,49



Масса эллипса m связана с его площадью S следующим образом $m = \rho_S S$, а так как площадь S определяется как $S = \frac{1}{4}kAB$, то масса равна $m = \rho_S k\frac{AB}{4} = C\frac{AB}{4}$ Угловой коэффициент наклона графика равен

$$C = \frac{\Delta m}{\Delta(\frac{AB}{4})} = \frac{5{,}1 - 0{,}5}{55 - 5} = 0{,}092\frac{\text{г}}{\text{см}^2} = 0{,}92\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$$

Определяем коэффициент k:

$$C = \rho_S k$$

$$k = \frac{C}{\rho_S} = \frac{0{,}092}{0{,}03} \approx 3{,}1$$

Теоретическое значение коэффициента k - знаменитое иррациональное число "пи"$\pi = 3{,}14...$

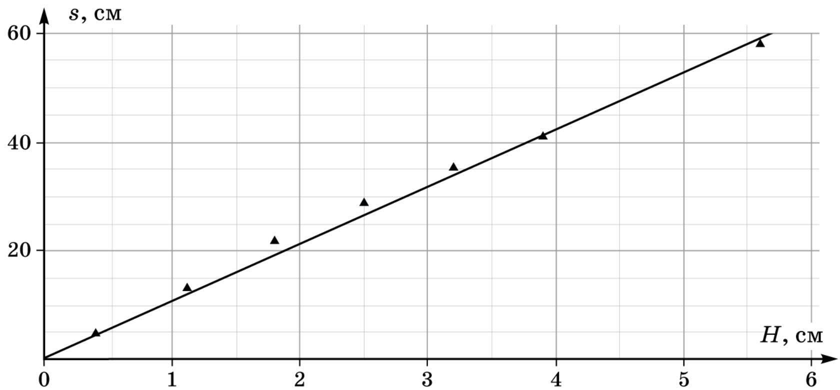
7 класс

Задача №7-Е2. Трение качения

Методом прокатывания определяем диаметр шарика $D = 2{,}47$ см. Радиус шарика равен $R = \frac{D}{2} = 1{,}24$ см.

Скатывая шарик с разных высот, снимаем зависимость $s(H)$. С каждой высоты шарик скатываем несколько раз, в таблице приведено среднее значение s.

N	H, см	s, см
1	0,4	4,8
2	1,1	13,0
3	1,8	21,8
4	2,5	28,8
5	3,2	35,3
6	3,9	41,0
7	5,6	58,0



По графику определим угловой коэффициент наклона

$$\frac{\Delta s}{\Delta H} = \frac{59}{5{,}6} \approx 10{,}5$$

Так как угловой коэффициент наклона равен $\frac{\Delta s}{\Delta H} = \frac{R}{k}$, то коэффициент k равен

$$k = \frac{R}{\frac{\Delta s}{\Delta H}} = \frac{1{,}24}{10{,}5} \approx 0{,}12 \text{ см}$$

8 класс

Задача №8-Е1. Сферический сегмент

После Олимпийских игр в австралийском Сиднее, прошедших в 2000 году, вес мячика увеличили до 2,7 г, а диаметр – до 40 мм. Изменение характеристик было продиктовано необходимостью увеличить устойчивость шара в полете и снизить темп игры для большей зрелищности. Но в характеристики шариков, продающихся в магазинах, могут отличаться от международных стандартов.

Метод № 1

Для определения радиуса шарика используем два бруска и миллиметровую бумагу. Зажимаем шарик между брусками в разных местах, где можно измерить его диаметр. За параллельностью брусков следим по миллиметровой бумаге. Проводим измерение несколько раз и находим среднее значение диаметра, а затем определяем радиус по формуле: $R = 0{,}5D_{\text{ср}}$.

№ п/п	D, мм	$D_{\text{ср}}$ мм	R, мм
1	39	39	19,5
2	39		
3	39		

Метод № 2

Делаем на шарике отметку карандашом и с помощью линейки прокатываем его, считая обороты. Измеряем путь шарика по поверхности стола и определяем радиус по формуле:

$$R = \frac{L_{\text{ср}}}{2\pi n}.$$

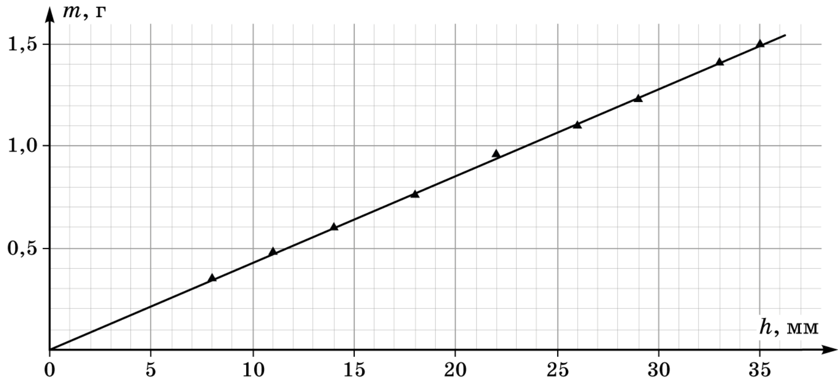
№ п/п	n	L, мм	$L_{\text{ср}}$, мм	R, мм
1	3	368	368	19,5
2	3	370		
3	3	366		

$R = 19{,}5$ мм.

Измеряем массу сегмента на весах. Для определения высоты сегмента опять используем два бруска и миллиметровую бумагу. Зажимаем сегмент между брусками. За параллельностью брусков следим по миллиметровой бумаге. Аккуратно срезаем полоску с сегмента ножницами, уменьшая его высоту. Следим за аккуратностью среза на плоскости стола.

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m, г	1,50	1,41	1,23	1,10	0,96	0,76	0,60	0,48	0,35
h, мм	35	33	29	26	22	18	14	11	8

Строим график зависимости массы сегмента от его высоты.



Т.к. точки хорошо ложатся на прямую, проходящую через начало координат, делается вывод о прямой пропорциональности и равенстве n единице. Проводим среднюю прямую через начало координат и определяем угловой коэффициент:

$$k = \frac{1{,}2}{28} = 0{,}043\ \frac{\text{г}}{\text{мм}}$$

.

$n = 1;\ k = 0{,}043\ \frac{\text{г}}{\text{мм}}$.

Метод № 1

Массу целого шарика можно найти на графике, используя экстраполяцию до диаметра.

Метод № 2

Массу целого шарика можно найти по формуле:

$$m_0 = kD = 0{,}043 \cdot 39 = 1{,}68\ \text{г}.$$

$m_0 = 1{,}68$ г.

Поверхностную плотность легко найти по формуле:

$$\rho_S = \frac{m_0}{4\pi R^2} = \frac{1{,}68 \cdot 10^{-3}\ \text{кг}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot (19{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{м})^2} \approx 0{,}35\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$$

. Для определения объёмной плотности необходимо измерить толщину стенки шарика. Для этого используются обрезки шарика. Они выкладываются в ряд и зажимаются брусками. Толщину стенки определяем методом рядов:

$$l_1 = \frac{l}{N}$$

. Тогда объёмная плотность:

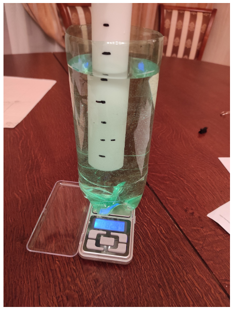
$$\rho_V = \frac{m_0}{4\pi R^2 l_1} = \frac{m_0 N}{4\pi R^2 l} = \frac{1{,}68 \cdot 10^{-3}\ \text{кг} \cdot 13}{4 \cdot 3{,}14 \cdot (19{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{м})^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}\text{м}} \approx 0{,}92\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

$\rho_S = 0{,}35\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$; $\rho_V = 0{,}92\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

8 класс

Задача №8-E2. Труба-дело!

Включим весы. Поставим на них емкость с водой. Обнулим весы (кнопка «TARE»). Погрузим часть трубки в емкость с водой. Снимем зависимость показаний весов от доли погруженной части трубки (метод гидростатического взвешивания). То же самое сделаем с трубкой, у которой погружаемый конец закрыт скотчем. Показания весов сразу пересчитываем в погружаемый объем, деля показания весов на плотность воды



x, частьтрубки	$m^{\text{Арх}}_{\text{закр}}$, г/$V_{\text{откр}}$, см^3	$m^{\text{Арх}}_{\text{откр}}$, г/$V_{\text{откр}}$, см^3
$\frac{1}{32}$	10	18
$\frac{2}{32}$	19	33
$\frac{3}{32}$	28	49
$\frac{4}{32}$	38	66
$\frac{5}{32}$	47	82
$\frac{6}{32}$	56	98
$\frac{7}{32}$	66	115
$\frac{8}{32}$	75	131

В авторской установке трубка была разделена на 32 части. Для открытой трубки объем погруженной части $V_{\text{откр}}(x) = \frac{1}{32}Vx$, где x - количество делений, погруженных в жидкость. . Угловой коэффициент $k_{\text{откр}} = \frac{1}{32}V = \frac{66}{7}$ см^3, откуда $V \approx 302$ см^3.

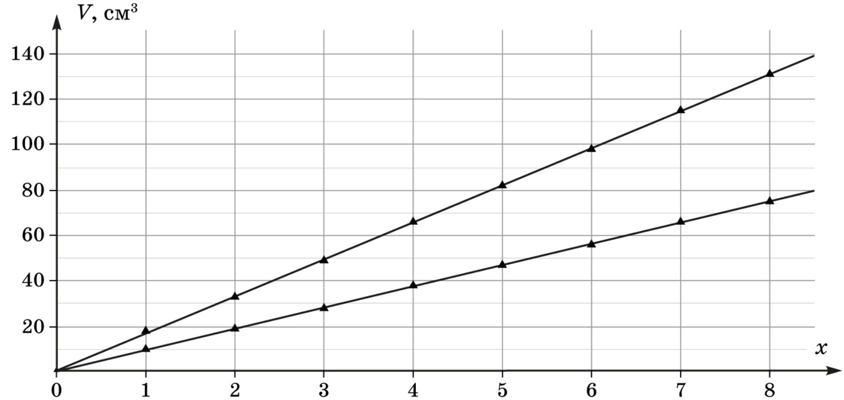
$V = 302$ см^3.

Аналогично проведем эксперимент для закрытой трубки. В зависимости от количества делений, погруженных в жидкость, l

$$V_{\text{откр}}(x) = \left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}\right) \cdot \frac{x}{32}L; V_{\text{закр}}(x) = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{x}{32}L.$$

Тогда отношение угловых коэффициентов

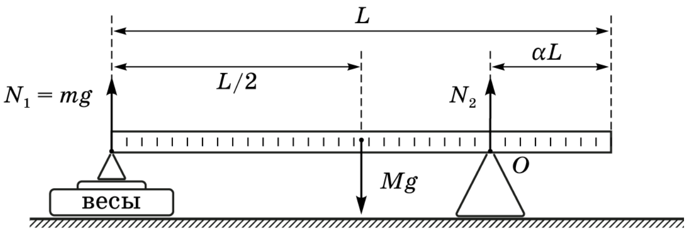
$$\frac{k_{\text{закр}}}{k_{\text{откр}}} = \frac{D^2}{D^2 - d^2} = \frac{\left(\frac{D}{d}\right)^2}{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1} = \frac{115}{66}.$$



Окончательно получаем $\frac{D}{d} \approx 1{,}5$.

$\frac{D}{d} \approx 1{,}5$.

Собираем экспериментальную установку, предложенную в условии.

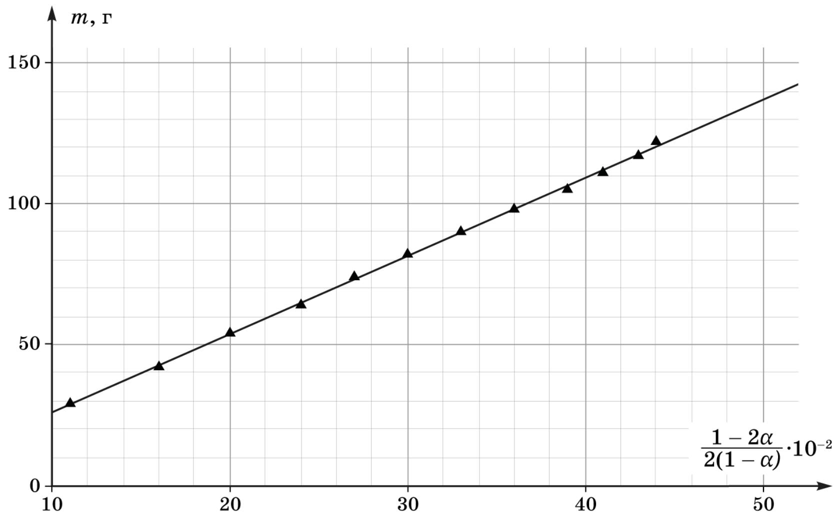


Правило моментов относительно т.O:

$$Mg\left(\frac{L}{2} - \alpha L\right) = mg\left(L - \alpha L\right).$$

Откуда $m\left(\frac{1-2\alpha}{2(1-\alpha)}\right) = M \cdot \left(\frac{1-2\alpha}{2(1-\alpha)}\right)$ – линейная зависимость с угловым коэффициентом, равным массе трубки M.

m, г	α	$\frac{1-2\alpha}{2(1-\alpha)}$
29	$\frac{14}{32}$	0,11
42	$\frac{13}{32}$	0,16
54	$\frac{12}{32}$	0,20
64	$\frac{11}{32}$	0,24
74	$\frac{10}{32}$	0,27
82	$\frac{9}{32}$	0,30
90	$\frac{8}{32}$	0,33
98	$\frac{7}{32}$	0,36
105	$\frac{6}{32}$	0,39
111	$\frac{5}{32}$	0,41
117	$\frac{4}{32}$	0,43
122	$\frac{3}{32}$	0,44



Из углового коэффициента наклона определяем массу трубку $M = 274$ г.
$M = 274$ г.
Определяем плотность $\rho = \frac{M}{V} = 0{,}91\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.
$\rho = 0{,}91\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.