

Решения и критерии олимпиады по математике «Мудрая сова-2024»

1. *Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным буквам – разные цифры):*

$$\Phi M \Phi + \Phi M \Phi = M A N$$

Приведите два варианта ответа.

Ответ: $252+252=504$ и $373+373=746$.

Критерии: Только за 1 правильный ответ – 3 балла; 2 правильных ответа, но есть еще и лишние неправильные – 5 баллов; 2 правильных ответа – 7 баллов.

2. *Между этажами учебно-лабораторного корпуса Малой академии наук 25 ступенек. Во время перемены Сережа три раза поднимался и спускался по лестнице с первого этажа на третий. Сколько всего ступенек насчитал Сережа? Ответ объясните.*

Ответ: 300 ступенек.

Решение: Чтобы подняться с 1-го этажа на 3-й, нужно подняться на 2 пролета, в каждом из которых по 25 ступенек. То есть за 1 подъём будет 50 ступенек. Так как Серёжа поднимался и спускался три раза, он прошел это расстояние 6 раз. Т.е. он насчитал всего $6 \cdot 50 = 300$ ступенек.

Критерии: Только правильный ответ – 2 балла; если поняли, что за один подъём надо подняться на 2 пролета – 2 балла; если поняли, что данное расстояние надо брать 6 раз – 2 балла; только правильные вычислительные действия без каких-либо объяснений – 5 баллов; верное решение с арифметической ошибкой при вычислении – 6 баллов; полностью верное решение – 7 баллов.

3. *В аудитории №127 Малой академии наук есть 30 розеток. Техник Дмитрий Дмитриевич принес в эту аудиторию сетевые фильтры: шесть штук на 5 розеток и пять штук на 6 розеток. Сколько телефонов можно одновременно поставить теперь на зарядку в этой аудитории? Ответ объясните.*

Ответ: 79 телефонов.

Решение: Всего в данной комнате стало $30+6 \cdot 5+5 \cdot 6=90$ розеток (на стене и на сетевых фильтрах вместе). Но, чтобы сетевые фильтры заработали, надо их вилки включить в розетки на стене. У нас есть $6+5=11$ сетевых фильтров, т.е. 11 вилок. Значит 11 розеток на стене будут заняты этими вилками. Но тогда свободных розеток, куда можно подключить телефоны на зарядку, останется $90-11=79$.

Критерии: Только правильный ответ – 2 балла; только правильные вычислительные действия без каких-либо объяснений – 5 баллов; верное решение с арифметической ошибкой при вычислении – 6 баллов; полностью верное решение – 7 баллов.

4. *Каждый день методист МАН Сладкоежка Галина съедает на одну конфету больше, чем в предыдущий день. За одну неделю в понедельник, вторник и среду в сумме она съела 213 конфет. Сколько конфет она съест за оставшиеся дни этой же недели? Ответ объясните.*

Ответ: 298 конфет.

Решение: Если в понедельник Галина съела некоторое количество конфет, то во вторник она съела на 1 больше, а в среду уже на 2 больше, чем в понедельник. Если убрать эти 3 конфеты из 213, то оставшиеся конфеты должны поделиться поровну на эти 3 дня. Т.е. $(213-3):3=70$ конфет съела Галина в понедельник. Во вторник и среду она съела 71 и 72 конфеты соответственно. Тогда, за оставшиеся дни этой недели (четверг, пятница, суббота и воскресенье) она съела $73+74+75+76=298$ конфет.

Критерии: Только ответ – 2 балла; подбор и проверка первых трех чисел (“Пусть в понедельник она съела 70 конфет, тогда всё сходится...”), потом вычисление правильного ответа – 3 балла; только правильные вычислительные действия без каких-либо объяснений – 5 баллов; верное решение с арифметической ошибкой при вычислении – 6 баллов; полностью верное решение – 7 баллов; если нашли количество конфет только до субботы – минус 1 балл.

5. *1 марта в ФМФ «Ленский Край» выпало много снега. Тиит, Алеша и Коля решили поиграть в снежки. Тиит бросил 30 снежков, Алеша – 16, а Коля – 11. При этом известно, что все снежки Алеша пролетели мимо. Коля бросал снежок только в ответ на попавший в него снежок, а у Тиита ровно половина снежков попала в цель. Сколько снежков попало в Алешу? Ответ объясните.*

Ответ: В Алёшу попало 4 снежка.

Решение: Так как Алёша ни в кого не попал, то в Колю попадал только Тиит. Так как Коля кидал только в ответ на попавший в него снежок, то Коля кидал только в Тиита. Тиит попал в цель $30:2=15$ раз. А так как Коля кидал 11 раз, значит Тиит попал в него 11 раз. Тогда оставшиеся $15-11=4$ снежка попали в Алёшу.

Критерии: Только ответ – 2 балла; только правильные вычислительные действия без объяснений – 4 балла; замечено, что только Тиит попадал в Колю – плюс 1 балл; замечено, что Коля кидал только в Тиита – плюс 1 балл; полностью обоснованное верное решение – 7 баллов.

6. *Методисты МАН Туяра и Ирина любят рисовать. У них всего 84 цветных карандаша. При этом треть карандашей Туяры равна четверти карандашей Ирины. По сколько карандашей у каждой из девушек? Ответ объясните.*

Ответ: У Туяры – 36 карандашей, у Ирины – 48 карандашей.

Решение: Пусть одна часть карандашей – это x . Тогда у Туяры $3x$ карандашей, а у Ирины – $4x$. Тогда $3x+4x=84$. Значит $7x=84$, откуда $x=12$. Значит у Туяры $3 \cdot 12=36$, а у Ирины $4 \cdot 12=48$ карандашей.

Критерии: Только 1 из ответов или верный ответ без уточнения у кого именно по сколько – 1 балл; только верный ответ – 2 балла; подбор верных чисел и проверка – 3 балла; только правильные вычислительные действия без каких-либо объяснений – 5 баллов; полностью верное решение – 7 баллов.

7. *Педагог МАН Юлиана в течение многих лет получала букеты цветов от тайного поклонника. В букетах были красные и белые розы, красные и желтые*

лилии, белые и красные тюльпаны. Однажды она решила сделать подсчет и насчитала, что получила ровно 1000 цветов. А еще она насчитала, что среди них цветов желтого цвета более 250, роз более 450, цветов красного цвета более 300 и тюльпанов более 350. Не ошиблась ли Юлиана при своих подсчетах? Ответ объясните.

Ответ: Юлиана ошиблась.

Решение: Цветы желтого цвета – это могут быть только лилии, поэтому лилий было получено не менее 250. Роз было более 450, а тюльпанов более 350. То есть Юлиана получила не менее $250+450+350=1050$ цветов в общем. Но с другой стороны она насчитала, что получила ровно 1000 цветов. Значит, при своих подсчетах она всё-таки где-то ошиблась.

Критерии: Только ответ – 0 баллов; просуммировали все четыре числа – 0 баллов; просуммировали три нужных числа, но без достаточных объяснений – 4 балла; полностью обоснованное верное решение – 7 баллов.

8. Рома задумал целое число. После чего умножил его на 50. Стёр последнюю цифру произведения, результат умножил на 20. Опять стёр последнюю цифру получившегося числа и прибавил 3. Результат умножил на 10 и прибавил 1. Получившееся число умножил на 8 и стёр последнюю цифру. Получилось 2024. Какое число задумал Рома? Ответ объясните.

Ответ: Рома задумал число 25.

Решение: Начнем решать с конца. 2024 получили, когда у пятизначного числа стёрли последнюю цифру. А это число было получено, когда что-то умножили на 8. Т.е. число 2024^* должно делиться на 8. Значит, вместо звёздочки на последнем месте могла стоять либо цифра 0, либо цифра 8.

а) Пусть в конце стояла цифра 0. Значит это было число 20240. Его получили, когда что-то умножили на 8, тогда до него было число $20240:8=2530$. Это число было получено, когда к какому-то числу прибавили 1. Т.е. до этого было число $2530-1=2529$. А его должны были получить, когда что-то умножили на 10. Но такого не могло быть, поскольку 2529 не делится на 10. Значит в конце не могла стоять цифра 0.

б) Значит, в конце была цифра 8. Тогда это было число 20248. А до этого было $20248:8=2531$. Его получили, когда к чему-то прибавили 1, т.е. до этого было число $2531-1=2530$. Это число получили, когда что-то умножили на 10, т.е. до этого было число $2530:10=253$. А до него было $253-3=250$. Это число получили, когда стёрли последнюю цифру у числа 250^* , которое в свою очередь было получено после того, как что-то умножили на 20. Т.е. число 250^* должно делиться на 20. Вместо звёздочки могла стоять лишь цифра 0. Тогда это было число 2500. Тогда до него было число $2500:20=125$. Его получили, когда стёрли последнюю цифру у числа 125^* , которое в свою очередь была получена после умножения на 50. Т.е. число 125^* должно делиться на 50. Вместо звёздочки должна стоять цифра 0. Т.е. это было число 1250, а тогда в самом начале Рома задумал число $1250:50=25$.

Критерии: Только ответ – 2 балла; подбор и проверка ответа – 3 балла; только верные вычислительные действия без обоснований – 4 балла; обосновано,

почему в числе 2024* в конце не может стоять цифра 0 – плюс 1 балл; обосновано, почему в числе 250* в конце стоит цифра 0 – плюс 1 балл; обосновано, почему в числе 125* в конце стоит цифра 0 – плюс 1 балл; полностью верное обоснованное решение – 7 баллов.

9. *На летнюю образовательную программу в МАН приехало 25 пятиклассников. Все из них говорили либо только правду, либо только ложь. (те, кто говорит только правду – рыцари, а те, кто только врет – лжецы.) Однажды воспитатель Василий попросил их всех встать в один ряд друг за другом. Самый последний сказал: «Передо мной стоит 24 лжеца», предпоследний сказал: «Передо мной стоит 23 лжеца» и так далее. Третий сказал: «Передо мной стоит 2 лжеца», Второй сказал: «Передо мной стоит 1 лжец». А первый промолчал. Сколько среди них на самом деле лжецов? Ответ объясните.*

Ответ: 24 лжеца.

Решение: Среди первых двух обязательно должен быть один рыцарь. Если бы они оба были лжецами, то второй, являясь лжецом, сказал бы правду, чего не должно быть. Если они оба были бы рыцарями, то второй, являясь рыцарем, сказал бы ложь, чего не должно быть. Т.е. один из них обязательно лжец, а другой – обязательно рыцарь. (Если первый рыцарь, то второй, являясь лжецом – соврал, что хорошо. А если второй рыцарь – то он сказал правду, что тоже хорошо.) Но тогда каждый из оставшихся, начиная с третьего, сказал неправду. Т.е. среди 25 учащихся – 24 лжеца.

Критерии: Только ответ – 2 балла; просто указан один из возможных вариантов расстановок рыцарей и лжецов – 3 балла; указаны оба верных варианта расстановок – 4 балла; указан один вариант с полным обоснованием – 4 балла; почти верное решение с недостаточно хорошим объяснением – 5-6 баллов; полностью верное обоснованное решение – 7 баллов.

10. *В Малой академии наук за 2023 год было проведено 25 образовательных программ, в каждой из которых участвовало по 41 девочке и 40 мальчиков, а всего за тот год приехало 2023 участника. Докажите, что среди участников найдутся те, кто посещал Малую академию наук более одного раза. Ответ объясните.*

Доказательство: Предположим, что таких участников не найдётся. В каждой смене было по $41+40=81$ учащемуся. Если бы не было учащихся, которые посещали МАН более одного раза, то за 2023 год в МАН приехало бы $81 \cdot 25=2025$ участника. А по условию их было 2023. Противоречие. Значит, в 2023 году кто-то всё-таки посетил МАН более одного раза.

Критерии: Если нашли разницу $2025-2023=2$ и сказали, что вот эти двое ребят ходили больше одного раза – 2 балла; если просто все вычислили и написали $2025>2023$ без всяких объяснений – 3-4 балла; почти верное решение с недостаточным обоснованием – 5-6 баллов; полностью верное обоснованное решение – 7 баллов.